

IN 101 - Cours 09

18 novembre 2011



présenté par

Matthieu Finiasz

Structures dynamiques

IN101 - 2011-2012

- ✘ Une structure dynamique est une structure :
 - ✘ destinée à stocker des données,
 - ✘ dont la taille (quantité de données) varie au cours du temps
 - on veut pouvoir ajouter/enlever des éléments.

- ✘ Il existe de nombreux types de structures dynamiques utiles en algorithmiques
 - ✘ on va regarder les plus simples pour l'instant.

- ✘ Il faut distinguer :
 - ✘ la définitions de la structure
 - ses propriétés algorithmiques,
 - ✘ l'implémentation de la structure
 - la façon dont elle sera représentée en mémoire...

- ✘ Le tableau dynamique est la structure dynamique la plus simple
 - ✘ on veut les mêmes propriétés qu'un tableau, sans limite de taille,
 - accès direct, en $\Theta(1)$, au i -ème élément
 - ✘ naturellement, on l'implémente en C avec des tableaux...

- ✘ Il n'est pas toujours possible de rallonger un bloc de mémoire allouée
 - ✘ souvent la zone mémoire suivante est déjà occupée.

- ✘ Pour agrandir un tableau il faut donc :
 - ✘ allouer un nouveau bloc mémoire (plus grand),
 - ✘ recopier l'ancien tableau dedans,
 - ✘ libérer le bloc mémoire occupé par l'ancien tableau.

- ✘ Il est nécessaire de garder une trace de la taille du tableau :
 - ✘ on utilise une structure C pour cela,
 - ✘ il faut des fonctions spéciales pour lire et écrire.

```
1 typedef struct {
2     unsigned int len;
3     int* val;
4 } table;
5
6 table* table_init() {
7     table* new = (table*) malloc(sizeof(table));
8     new->len = 0;           // on choisit des tableaux de
9     new->val = NULL;       // taille 0 par défaut.
10    return new;
11 }
```

```
1 int table_read(table* tab, unsigned int pos) {
2     if (pos >= tab->len) { // on évite les dépassements
3         printf("Erreur !\n");
4         return -1;
5     }
6     return tab->val[pos]; // comme dans un tableau normal
7 }
8
9 void table_write(table* tab, unsigned int pos, int val) {
10     unsigned int new_len;
11     if (pos >= tab->len) { // si on dépasse
12         new_len = 2*len; // on double la taille
13         if (pos >= new_len) {
14             new_len = pos+1; // et plus si nécessaire
15         }
16         tab->val = realloc(tab->val, new_len*sizeof(int));
17         if (tab->val == NULL) {
18             printf("Erreur !\n");
19             return;
20         }
21     }
22     tab->val[pos] = val;
23 }
```

- ✘ On connaît la taille courante du tableau dynamique :
 - ✘ on peut tester les dépassements,
 - ✘ on utilise `realloc` pour réallouer le bloc mémoire
 - exactement comme `malloc`, `memcpy`, puis `free`.

- ✘ Quand on réalloue, il est important de **doubler au minimum** :
 - ✘ réallouer coûte cher car il faut recopier,
 - ✘ en doublant, les cases sont recopiées en moyenne 1 fois
 - remplir un tableau de n valeurs coûte $\Theta(n)$.

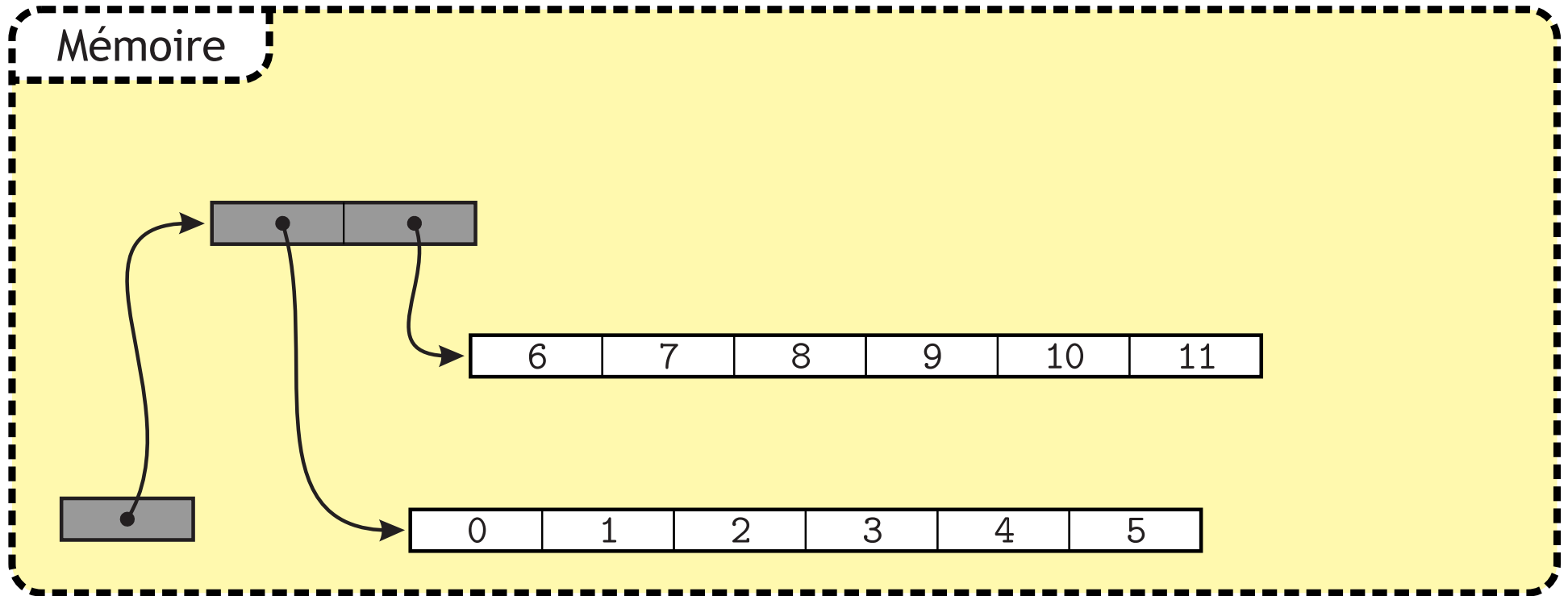
- ✘ Faire un test à chaque lecture/écriture est cher :
 - ✘ cela ne change pas la complexité, mais le temps d'exécution,
 - ✘ on peut faire sans, si on est certain de où on lit/écrit.

Tableaux dynamiques avec des tableaux à deux dimensions

- ✘ La technique précédente marche mal pour les très grands tableaux
 - ✘ difficile d'allouer des très grands blocs mémoire,
 - ✘ les copies utilisent beaucoup de mémoire
 - la somme des 2 tailles (avant et après),
 - ✘ les copies sont chères.

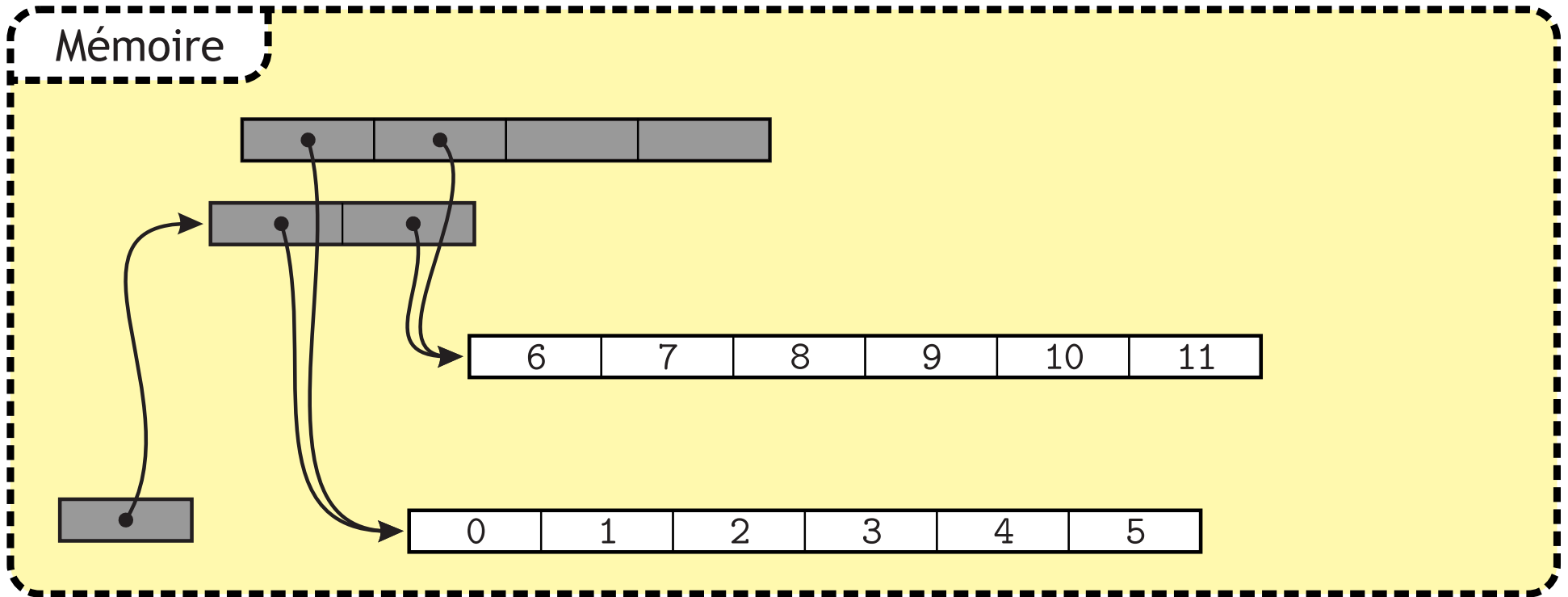
- ✘ On peut utiliser un tableau à 2 dimensions : un tableau dynamique de pointeurs vers des tableaux de 1000 cases (par exemple).
 - ✘ on n'a que des petits blocs mémoire,
 - ✘ on ne copie que les pointeurs en réallouant,
 - ✘ les lectures/écritures sont un peu plus lentes
 - utile pour des tableaux de plusieurs millions de cases.

Tableaux dynamiques avec des tableaux à deux dimensions



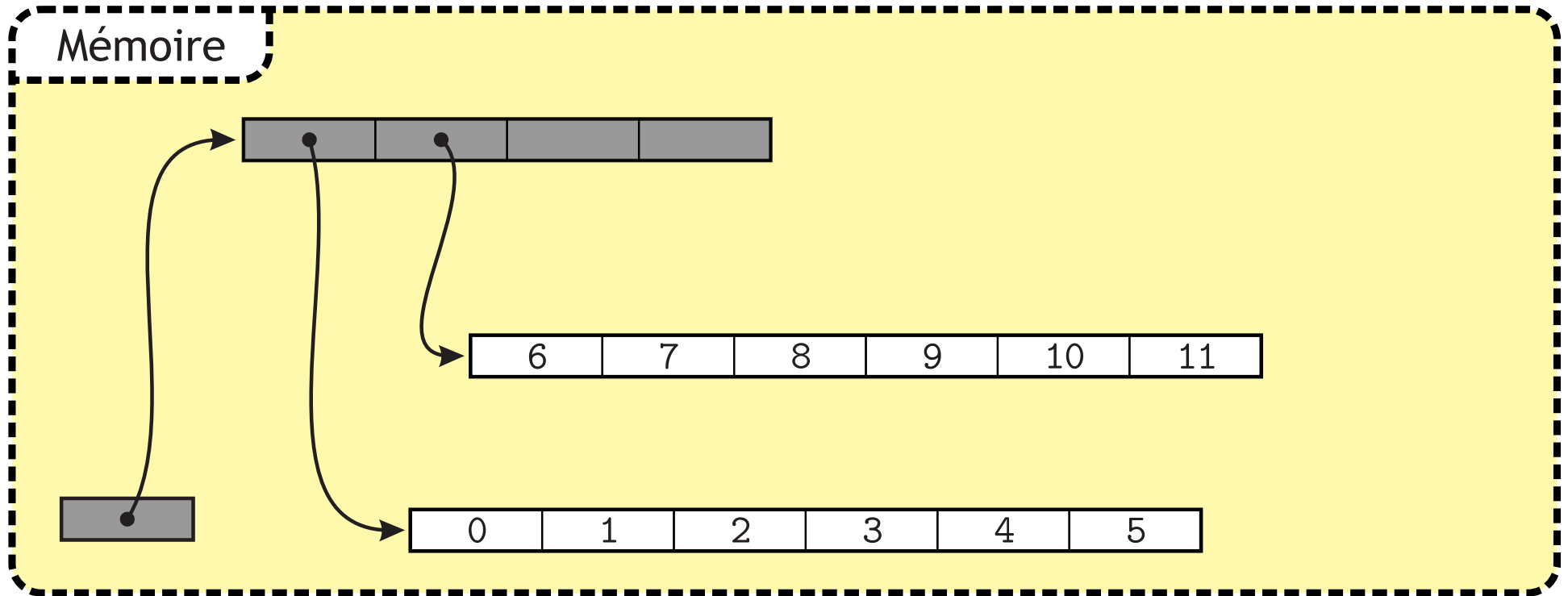
- ✘ En mémoire le tableau dynamique à deux dimensions est un pointeur vers un tableau de pointeurs vers des grands tableaux.

Tableaux dynamiques avec des tableaux à deux dimensions



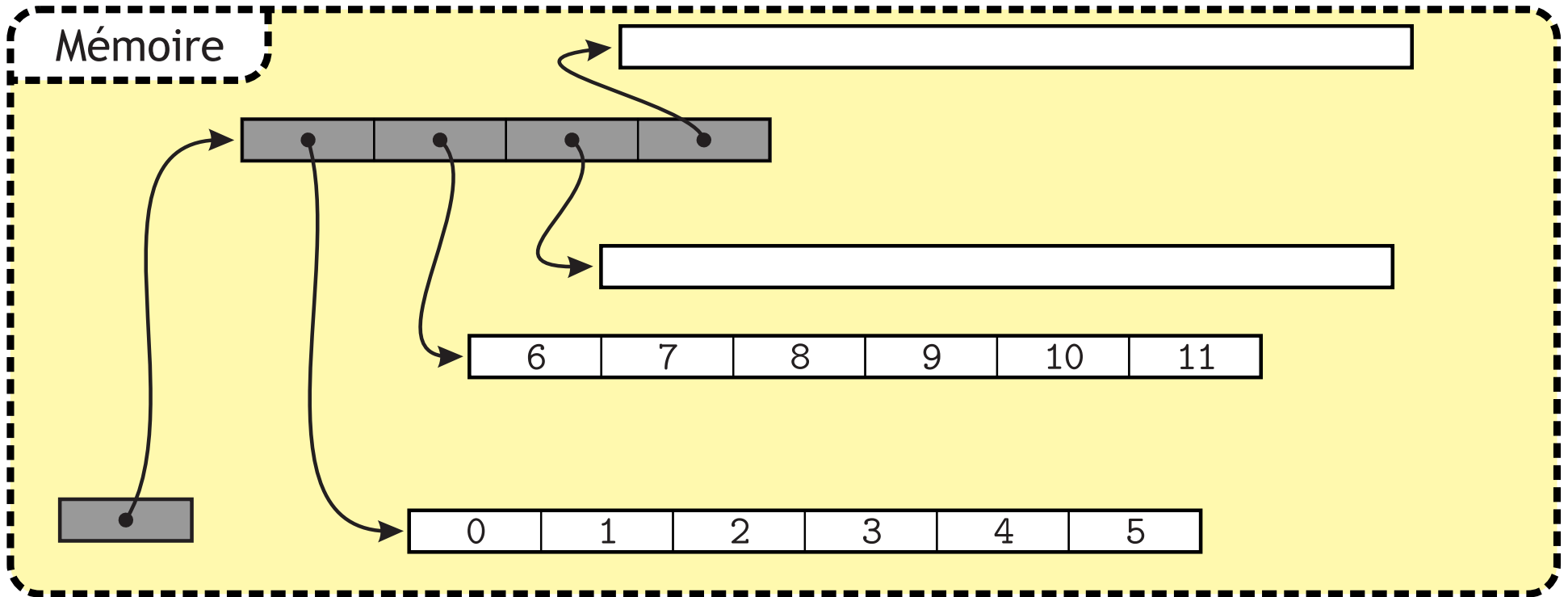
- ✘ Quand on veut augmenter la capacité, on réalloue uniquement le tableau de pointeurs :
 - ✘ on double la taille,
 - ✘ on recopie les pointeurs vers les grands tableaux.

Tableaux dynamiques avec des tableaux à deux dimensions



- ✘ Puis on pointe sur le nouveau tableau et on libère l'ancien.
- ✘ Sur notre exemple, on a recopié 2 éléments au lieu de 12.

Tableaux dynamiques avec des tableaux à deux dimensions



- ✘ On finit en allouant de nouveaux grands tableaux :
 - ✘ il n'est pas nécessaire de tout allouer d'un coup,
 - ✘ on peut faire ça au fur et à mesure des besoins,
 - on utilise le minimum nécessaire de mémoire.

Piles et files

Qu'est-ce qu'une pile ou une file ?

- ✘ Comme dans la vie courante, pile et file servent à stocker des choses
 - ✘ comme une pile de livres ou une file d'attente.

- ✘ On veut pouvoir efficacement (en $\Theta(1)$) :
 - ✘ ajouter un élément à la pile/file,
 - ✘ tester si la pile/file est vide,
 - ✘ extraire un élément de la pile/file.

- ✘ La différence entre pile et file est l'ordre d'extraction :
 - ✘ dans la pile, on retire en premier les éléments arrivés en derniers,
 - en anglais LIFO : Last In First Out,
 - ✘ dans la file, on retire les éléments dans l'ordre d'arrivée
 - en anglais FIFO : First In First Out.

- ✘ Les piles et files s'utilisent de la même manière, mais pour des problèmes différents :
 - ✘ la pile mémoire est une vraie structure de pile,
 - ✘ les files sont utilisées dans les routeurs pour stocker les paquets en attente,
 - ✘ les deux sont utilisées dans de nombreux algorithmes.

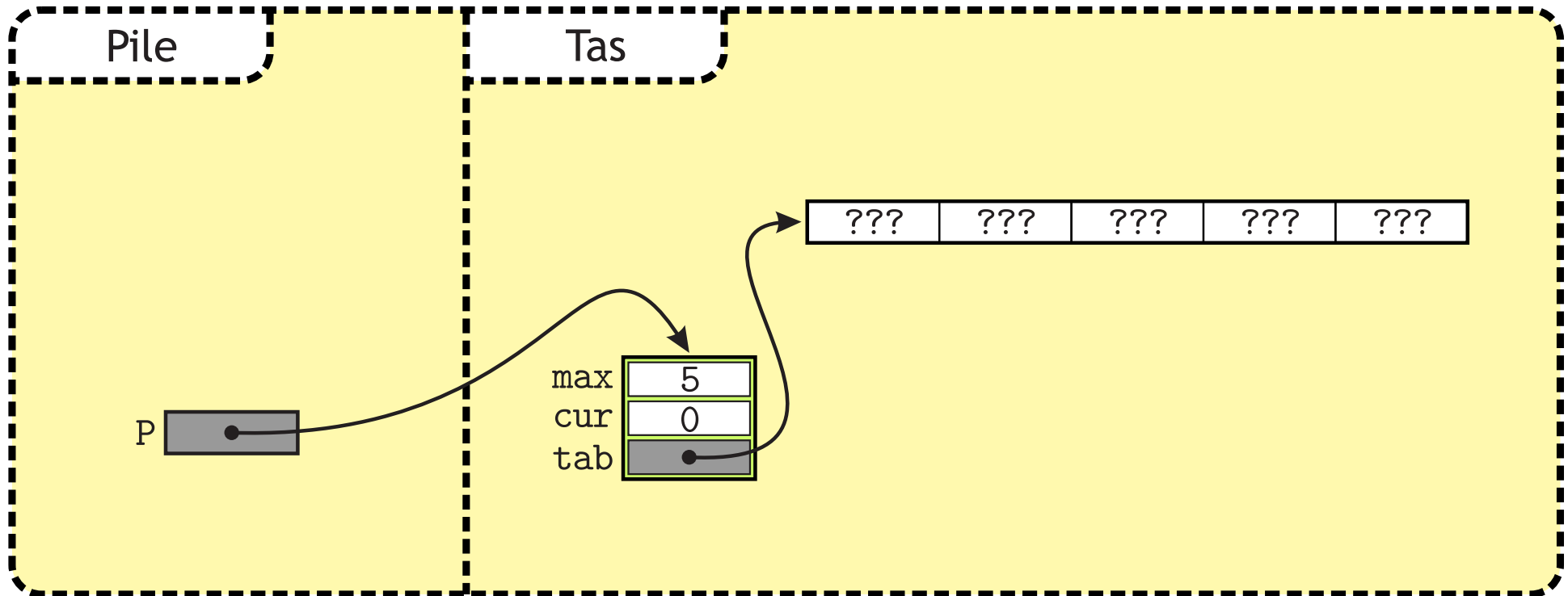
- ✘ Elles implémentent en général deux fonctions :
 - ✘ `push` pour ajouter un élément,
 - ✘ `pop` pour extraire un élément.

- ✘ Il existe plusieurs façons de les implémenter :
 - ✘ avec un tableau,
 - ✘ avec une liste chaînée.

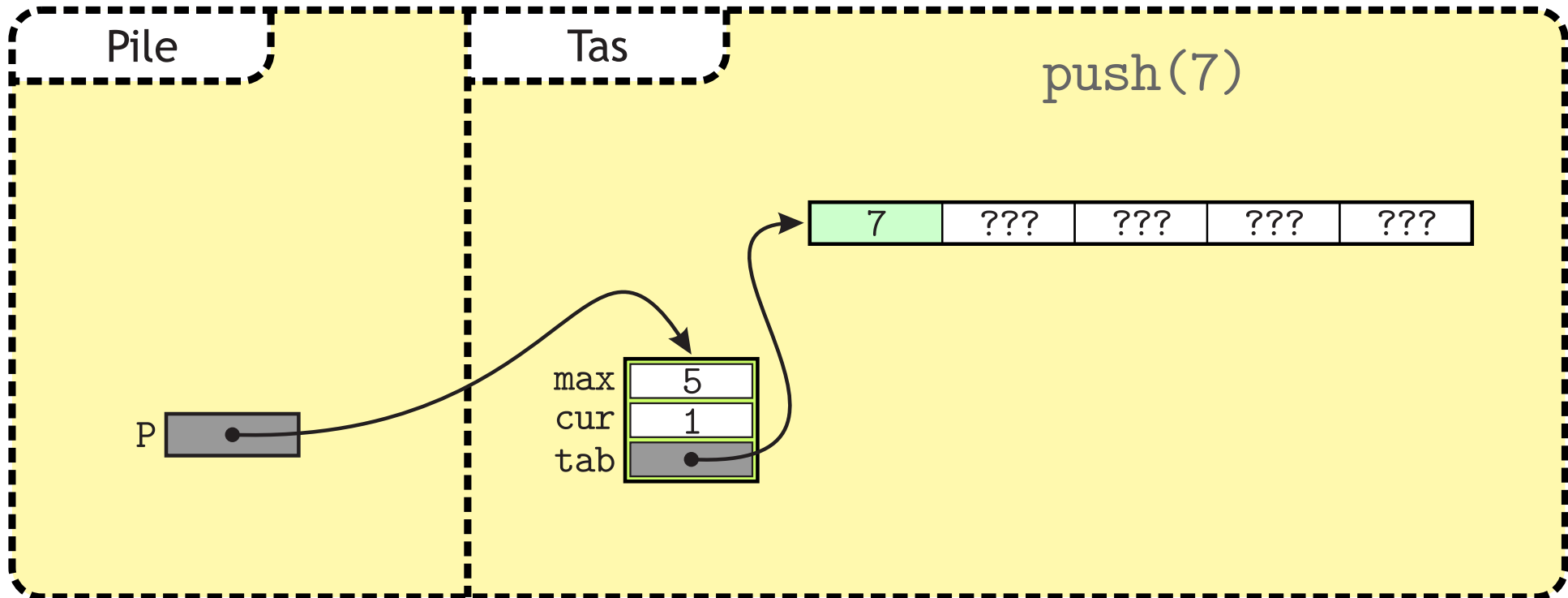
- ✘ On considère ici une pile avec une capacité maximale
 - ✘ on peut utiliser un tableau dynamique pour enlever cette contrainte.

```
1 typedef struct {
2     unsigned int max;           // capacité max
3     unsigned int cur;          // nombre d'éléments
4     int* tab;
5 } stack;
```

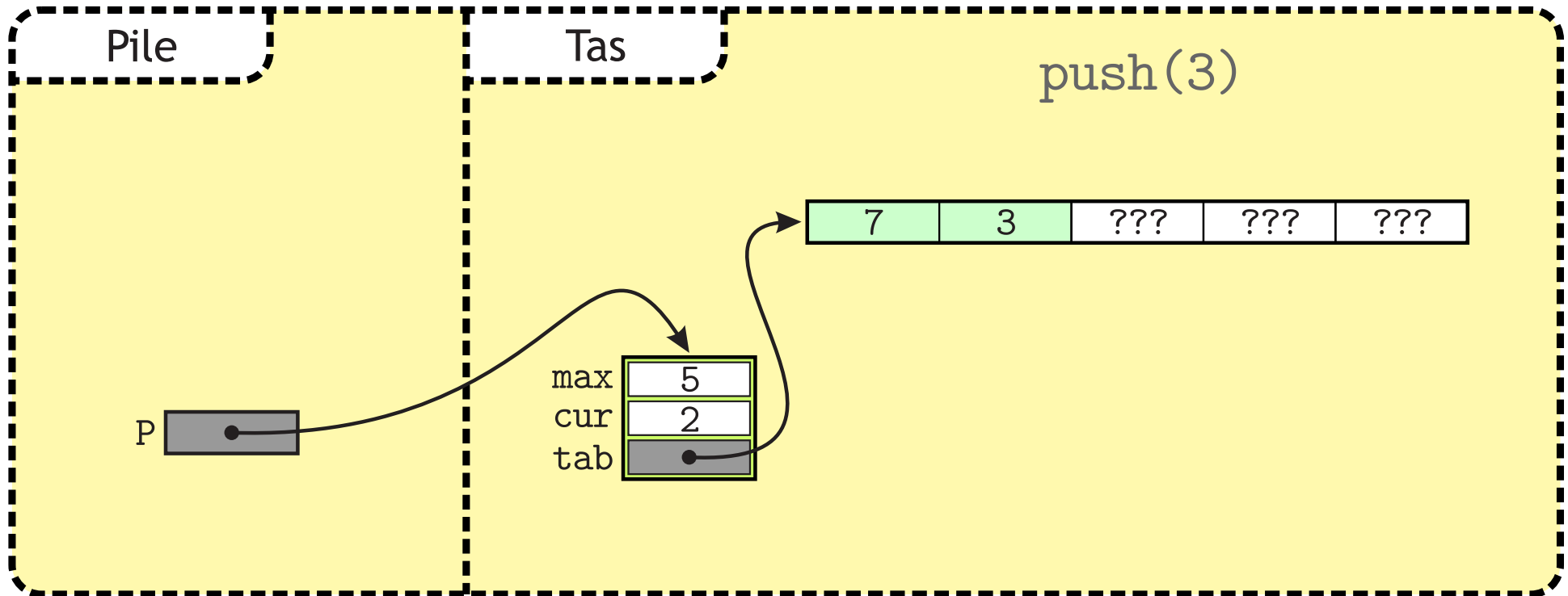
- ✘ La pile est donc juste un tableau `tab` :
 - ✘ `max` est la capacité maximale,
 - ✘ `cur` est le nombre d'éléments stockés (à mettre à jour).
- ✘ En permanence les éléments sont au début du tableau :
 - ✘ on ajoute et on retire par la fin,
 - ✘ c'est tout simple !



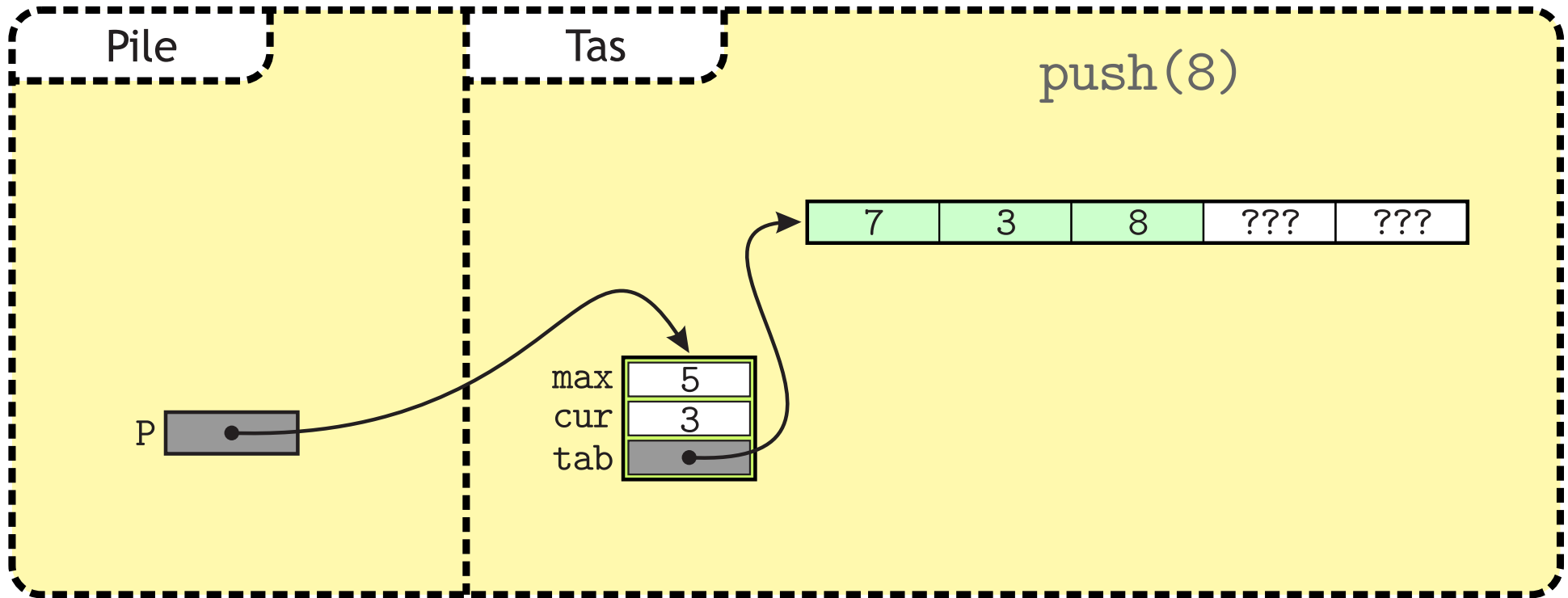
✘ La pile est vide au départ : cur vaut 0.



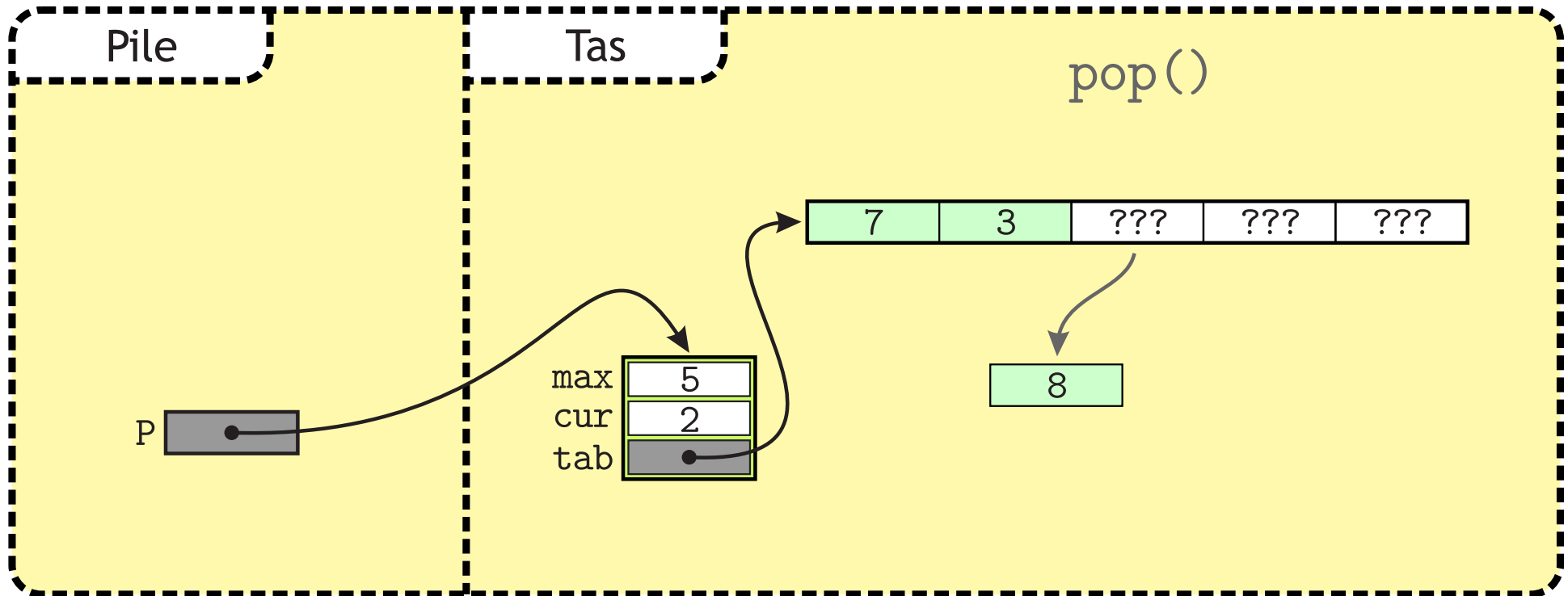
- ✘ Chaque `push` ajoute un élément dans le tableau et incrémente `cur`.



- ✘ Chaque `push` ajoute un élément dans le tableau et incrémente `cur`.



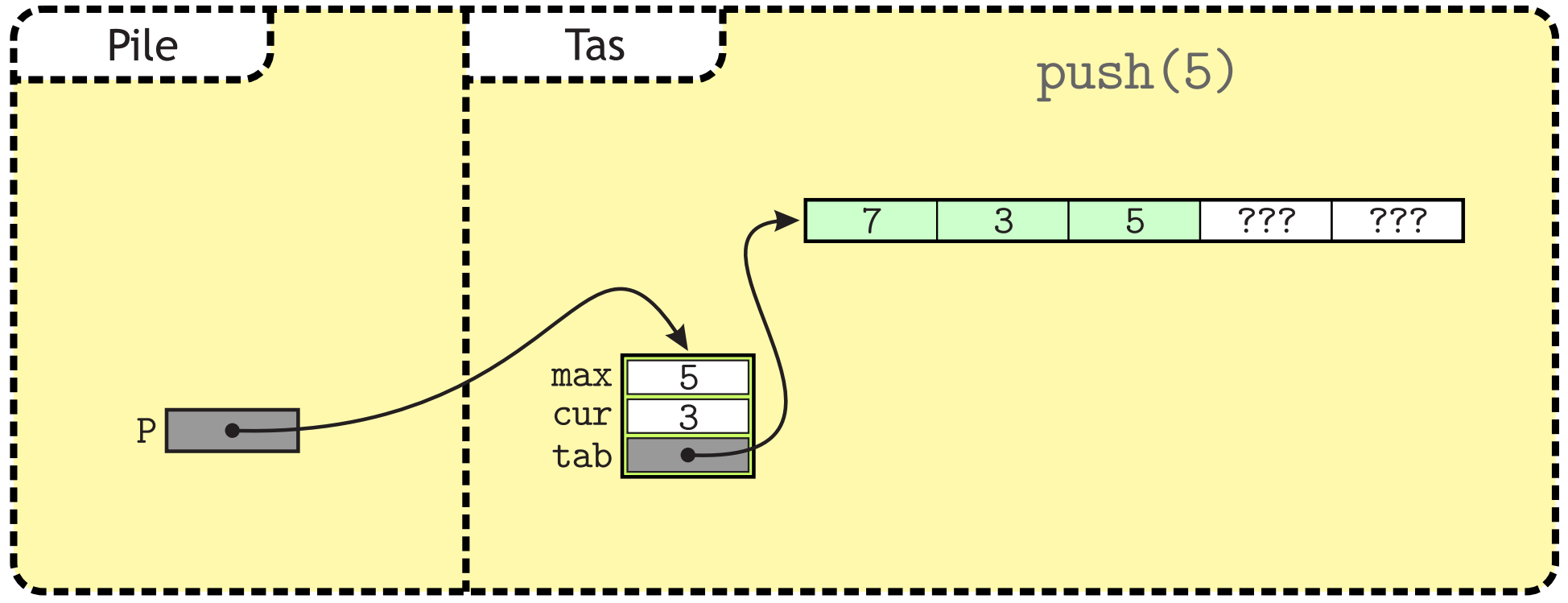
- ✘ Chaque `push` ajoute un élément dans le tableau et incrémente `cur`.



- ✘ Chaque `pop` extrait le dernier élément du tableau et décrémente `cur`.

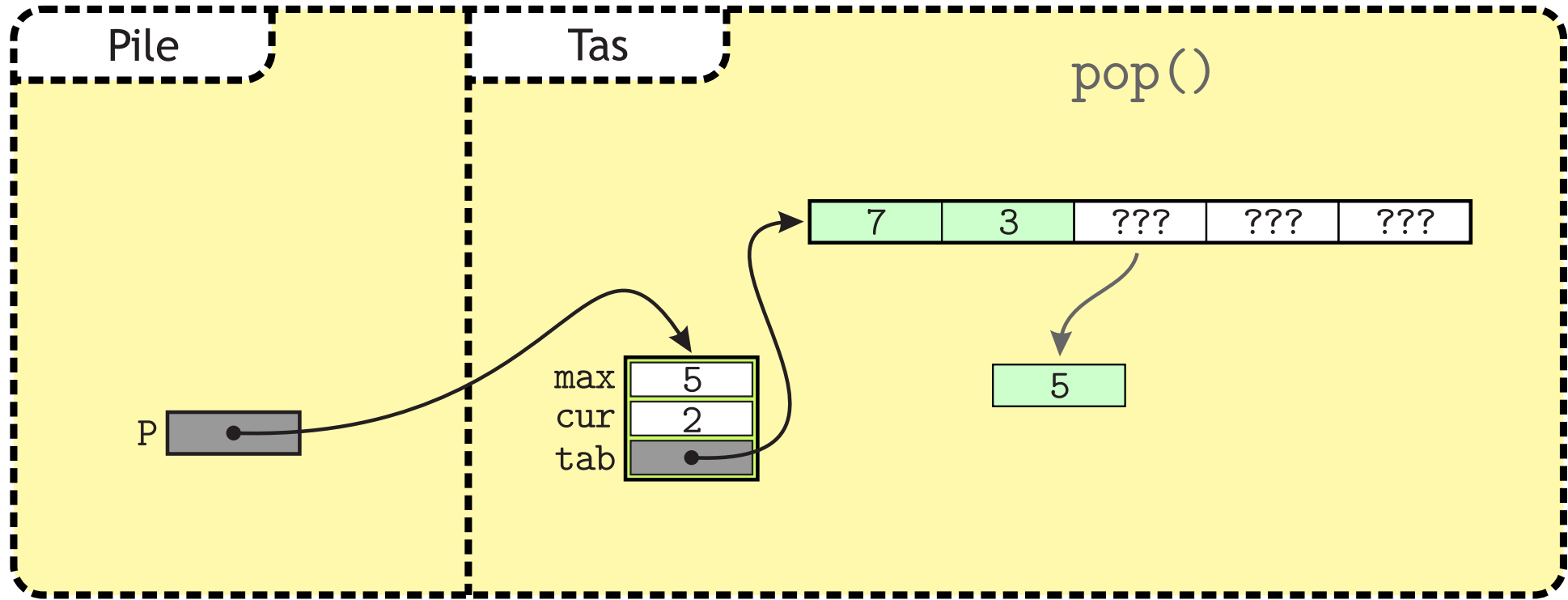
Fonctionnement d'une pile

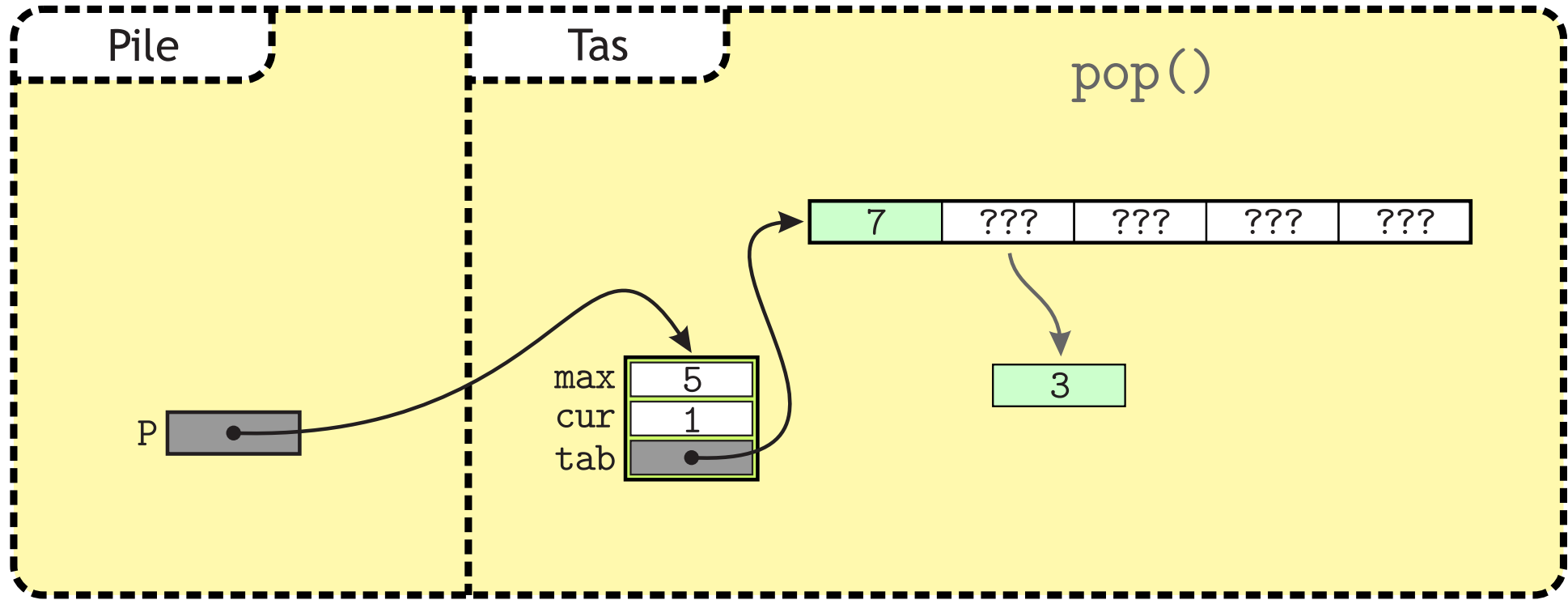
Avec un tableau

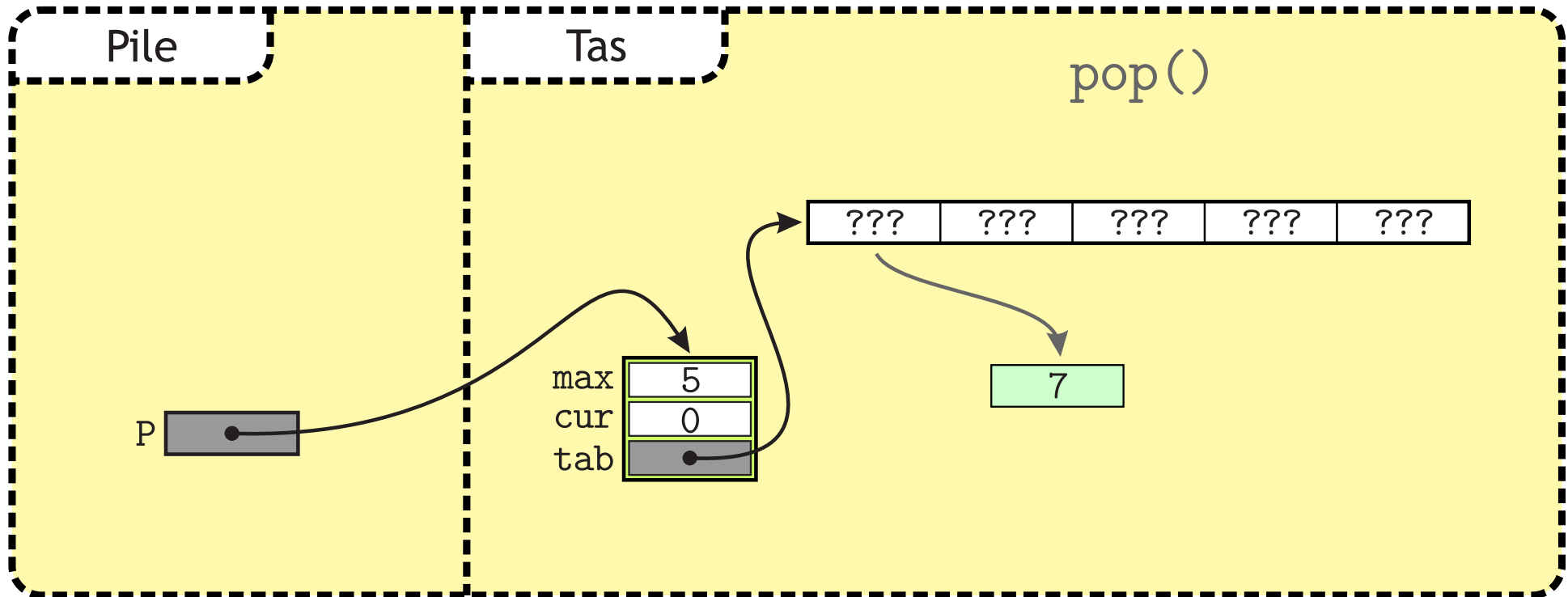


Fonctionnement d'une pile

Avec un tableau







- ✘ Le fonctionnement est donc très simple,
 - ✘ on peut aussi remplacer `tab` par un tableau dynamique
 - plus de limite de capacité.

```
1 int pop(stack* P) {
2     if (P->cur == 0) {
3         printf("Pile vide !\n");
4         return -1;
5     }
6     P->cur--;
7     return P->tab[P->cur];
8 }
9
10 void push(stack* P, int val) {
11     if (P->cur == P->max) {
12         printf("Pile pleine !\n");
13         return;
14     }
15     P->tab[P->cur] = val;
16     P->cur++;
17 }
```

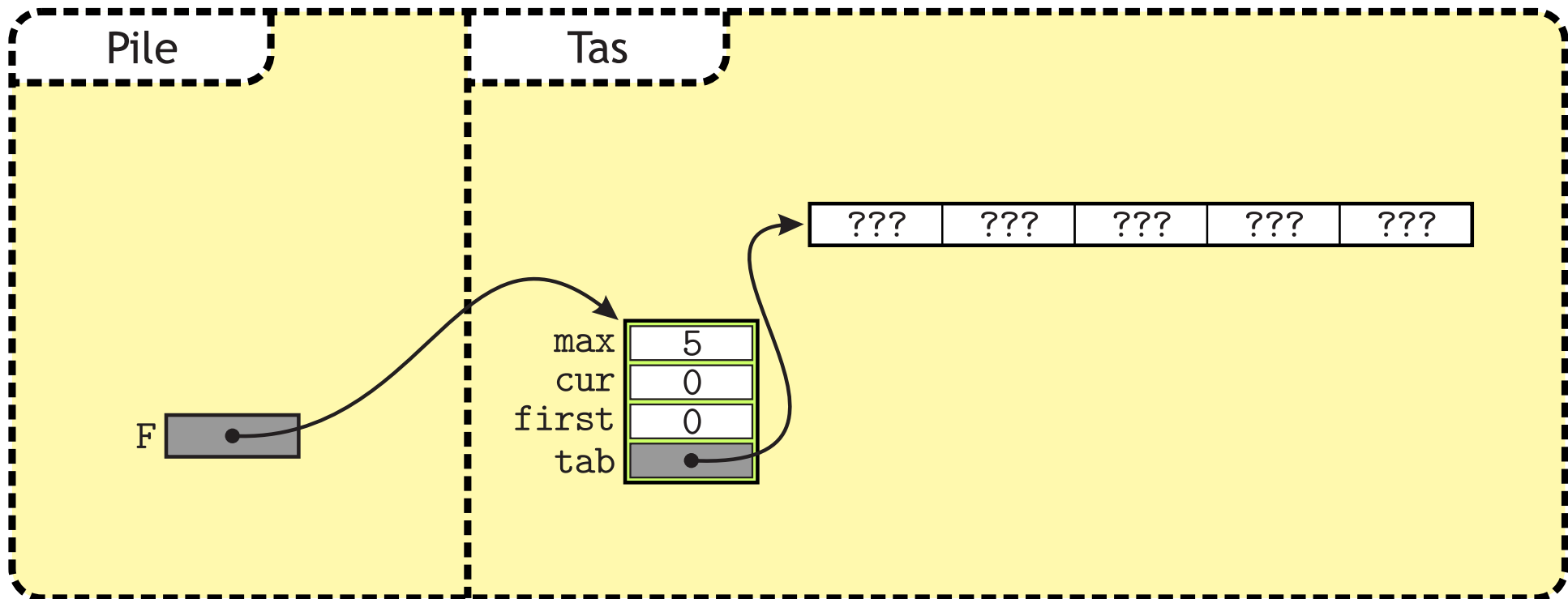
Implémentation d'une pile en C

Avec un tableau dynamique

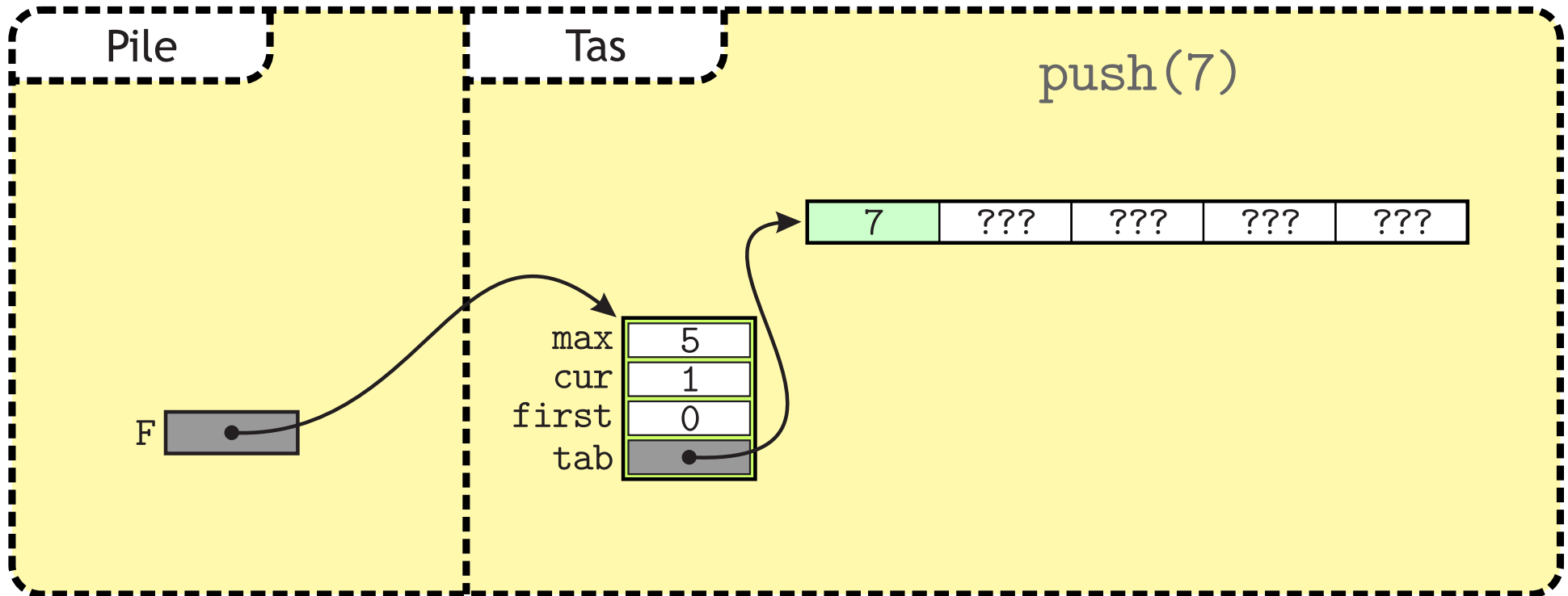
```
1 int pop(stack* P) {
2     if (P->cur == 0) {
3         printf("Pile vide !\n");
4         return -1;
5     }
6     P->cur--;
7     return P->tab[P->cur];
8 }
9
10 void push(stack* P, int val) {
11     if (P->cur == P->max) {
12         P->max *= 2;
13         P->tab = (int*) realloc(P->tab, P->max);
14     }
15     P->tab[P->cur] = val;
16     P->cur++;
17 }
```

- ✘ On implémente la file de façon similaire à la pile
 - ✘ toujours un tableau avec capacité maximale,
 - ✘ on ajoute encore les éléments à la fin du tableau.
- ✘ Il faut en revanche enlever les éléments par le début :
 - ✘ on ne peut pas décaler tout le tableau (ne se fait pas en $\Theta(1)$),
 - ✘ on utilise le tableau de façon cyclique
 - quand on arrive au bout du tableau on recommence du début.
- ✘ On doit donc aussi garder l'indice du premier élément (le plus ancien encore présent).

```
1 typedef struct {
2     unsigned int max;           // capacité max
3     unsigned int cur;          // nombre d'éléments
4     unsigned int first;        // premier élément
5     int* tab;
6 } queue;
```



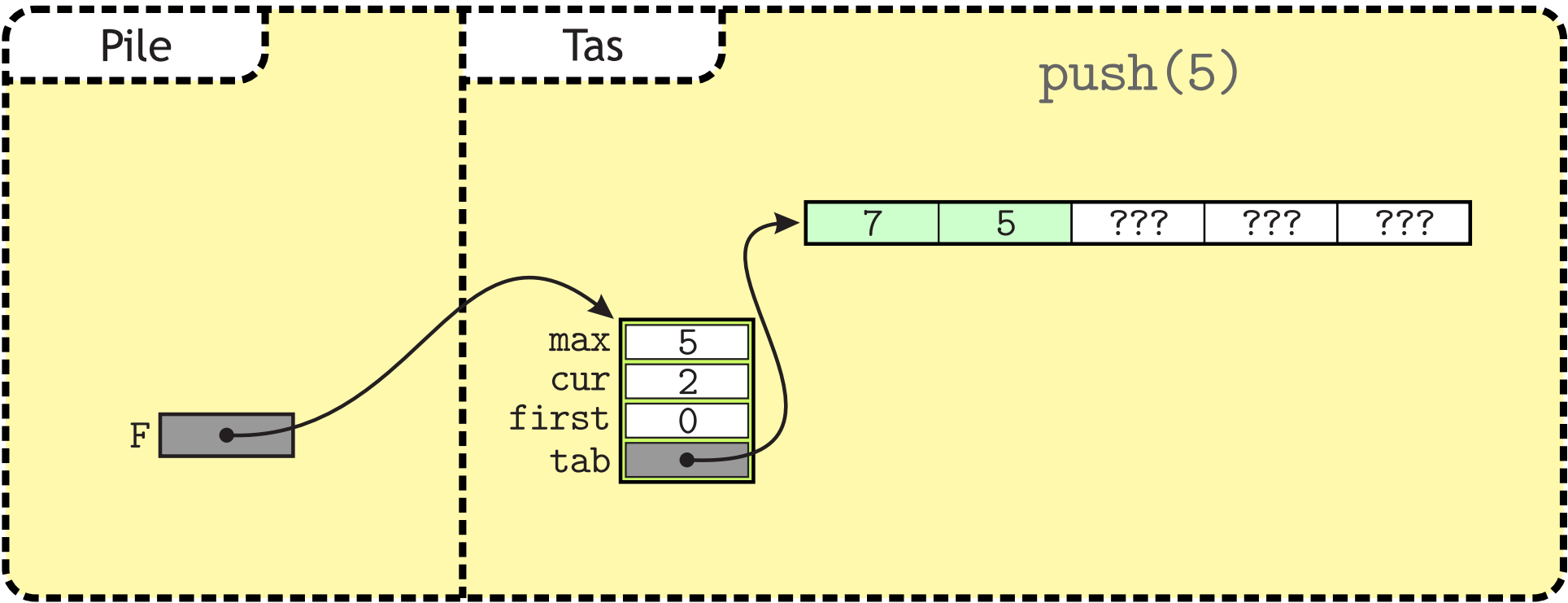
- ✘ La structure est similaire à celle d'une pile : `cur` et `first` sont initialisés à 0.



✘ Les push fonctionnent comme avec la pile.

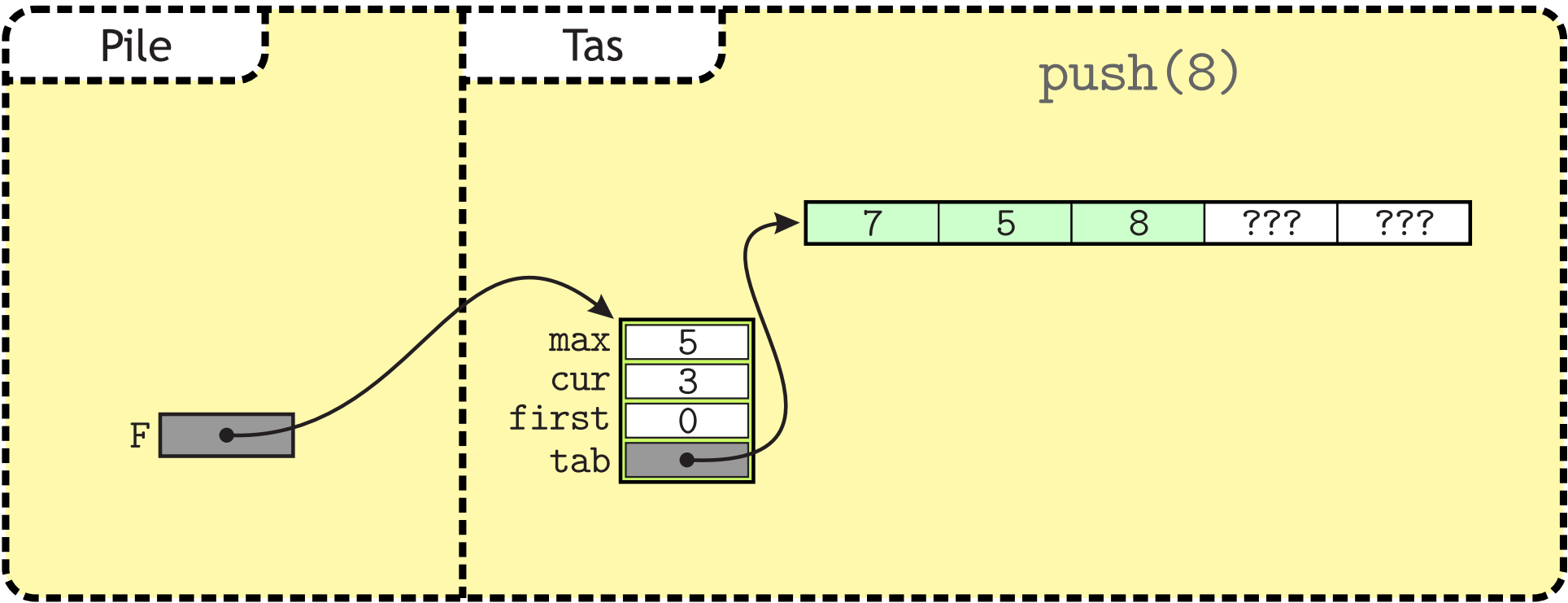
Fonctionnement d'une file

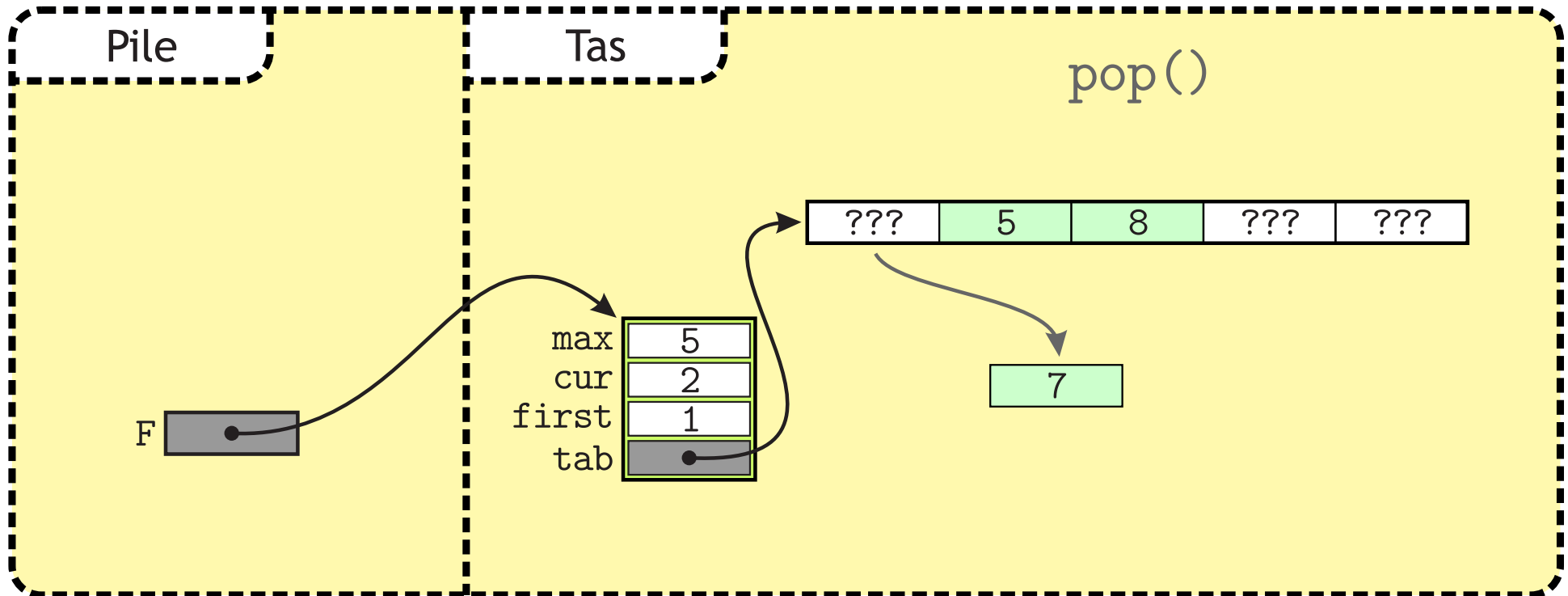
Avec un tableau



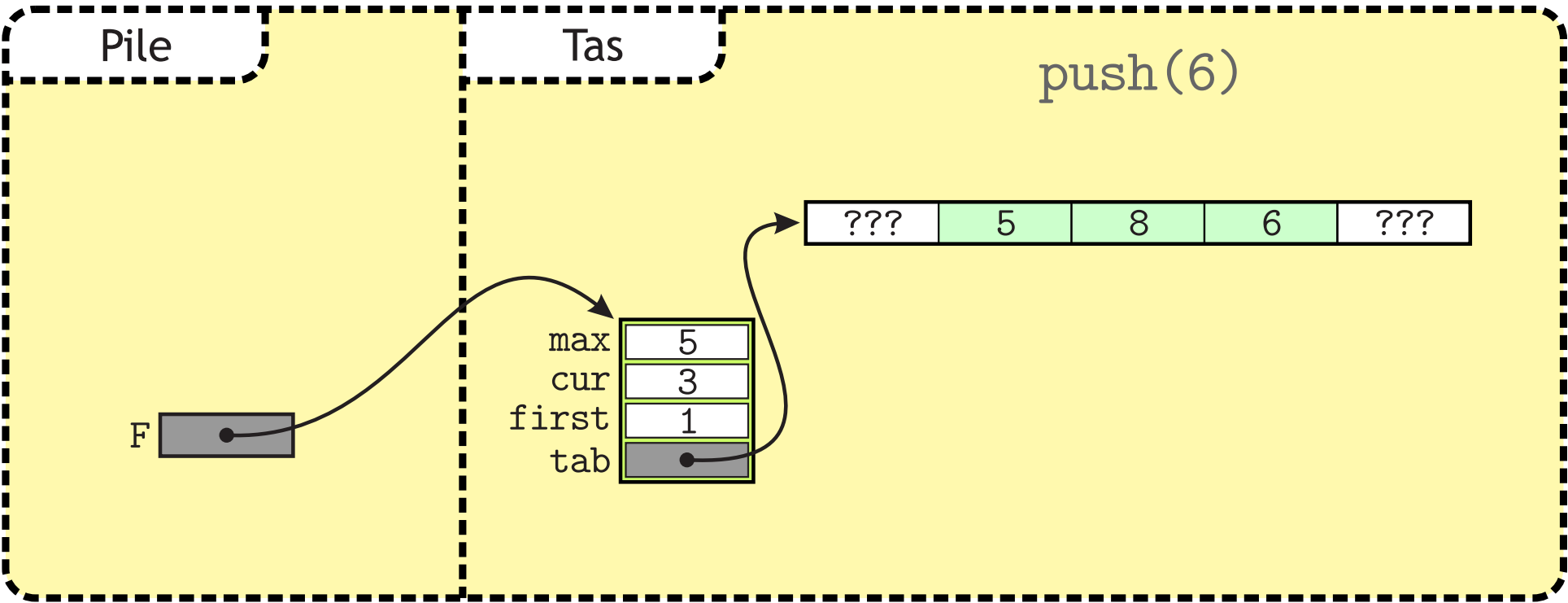
Fonctionnement d'une file

Avec un tableau



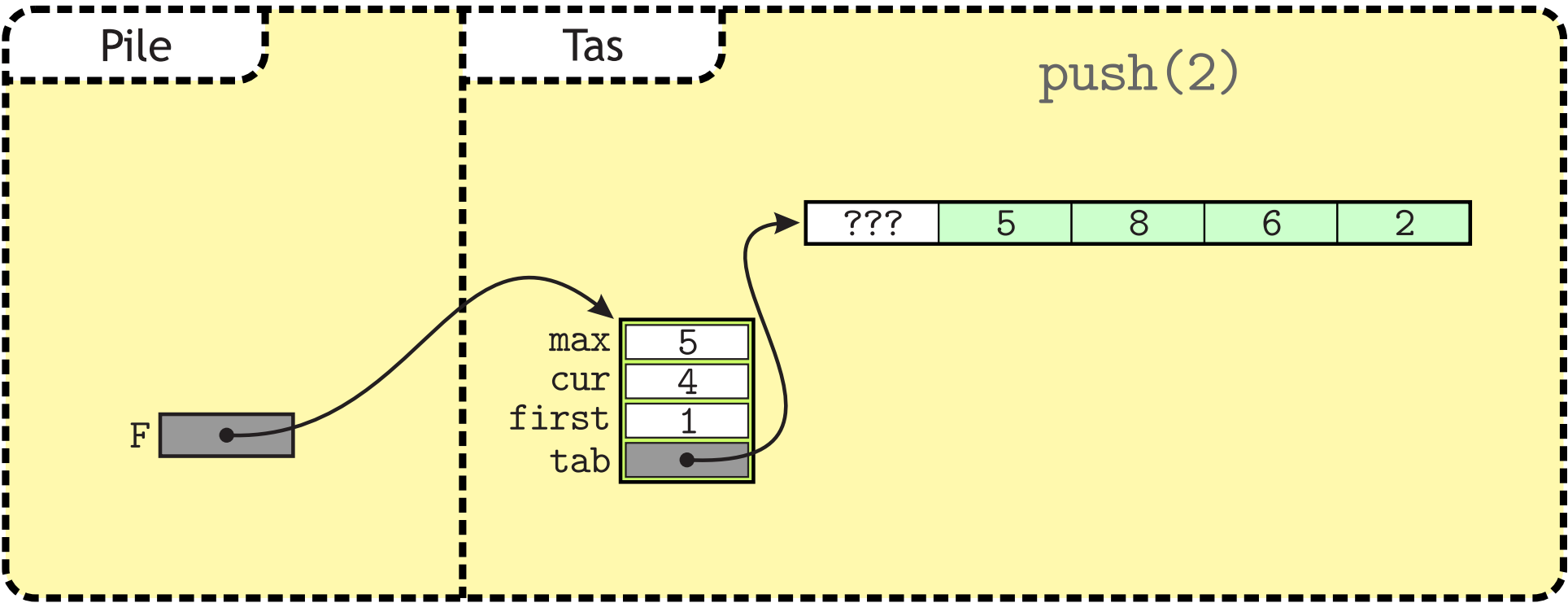


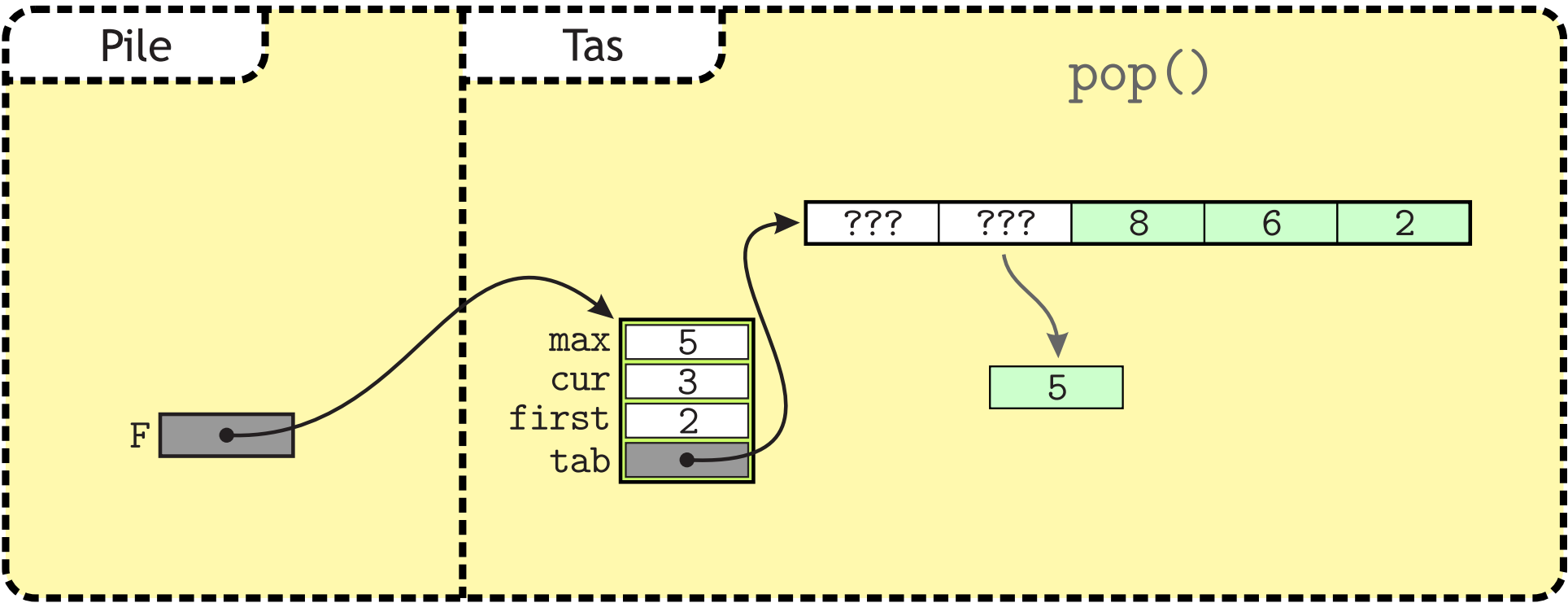
- ✘ Les `pop` sont en revanche différents de ceux de la pile :
 - ✘ on extrait l'élément le plus ancien (à la position `first`),
 - ✘ on incrémente `first`,
 - ✘ on décrémente `cur`.

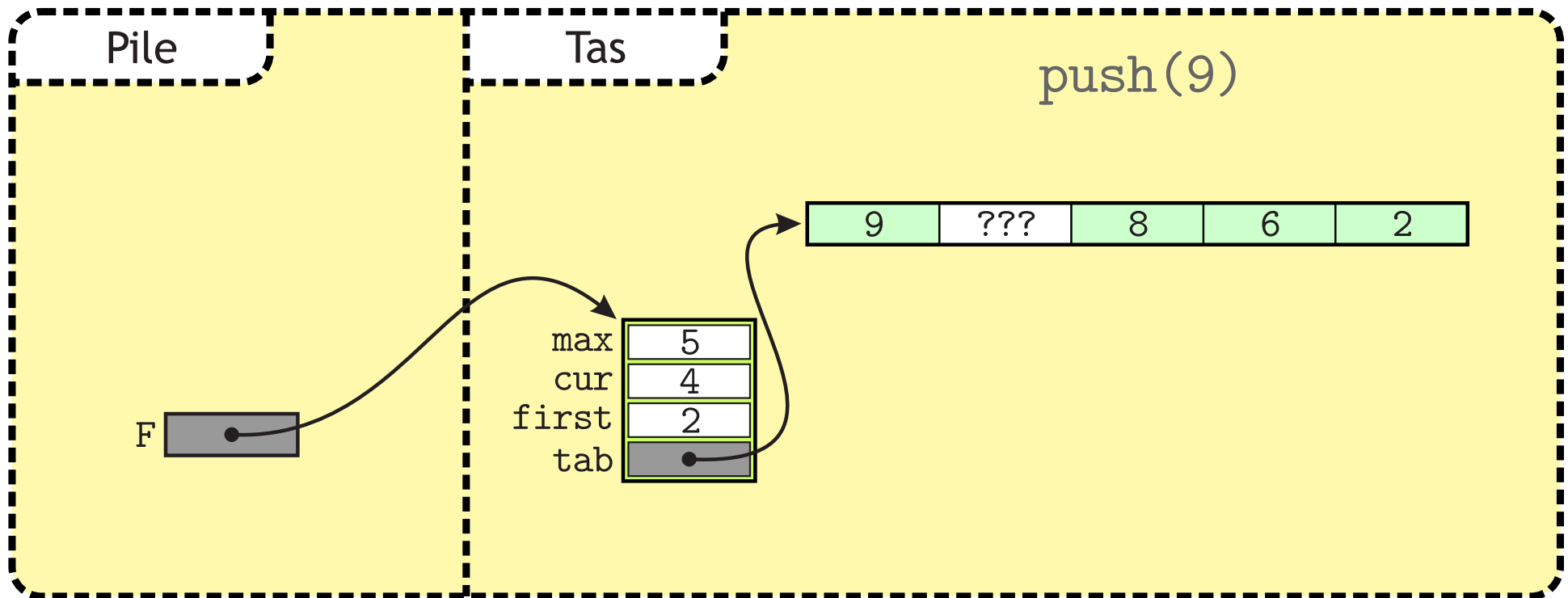


Fonctionnement d'une file

Avec un tableau



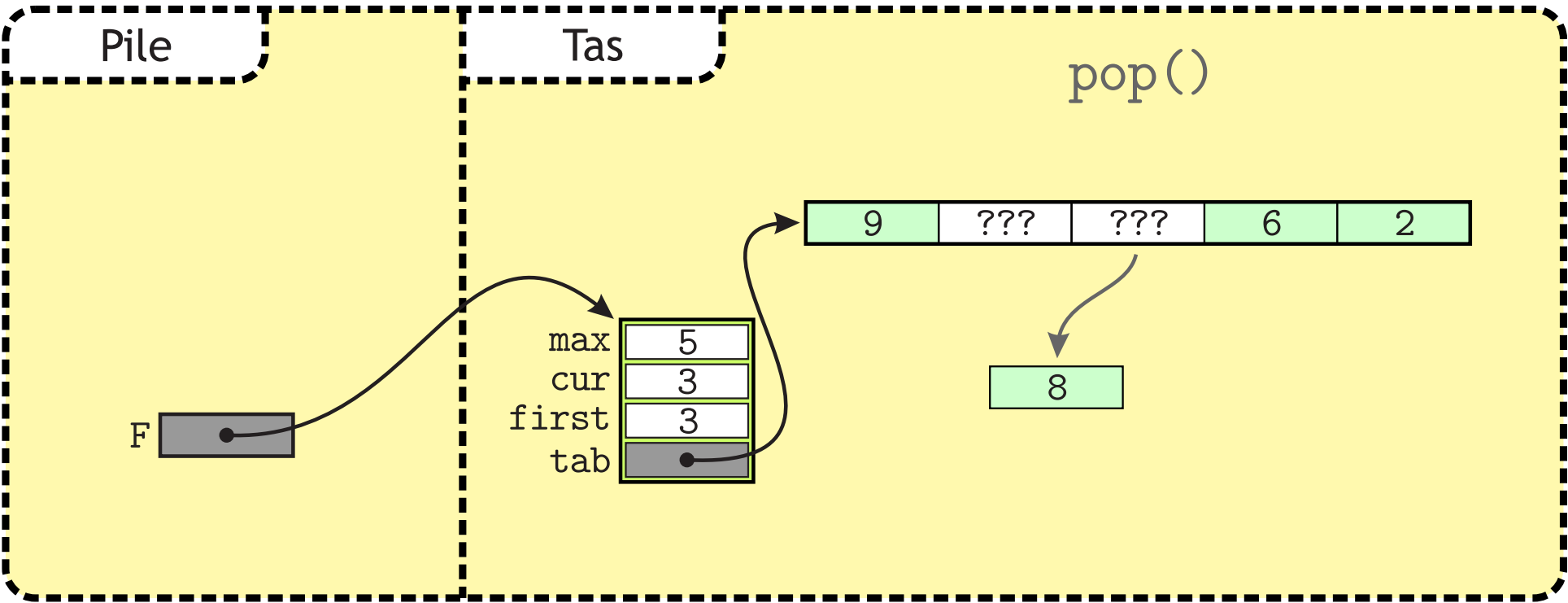


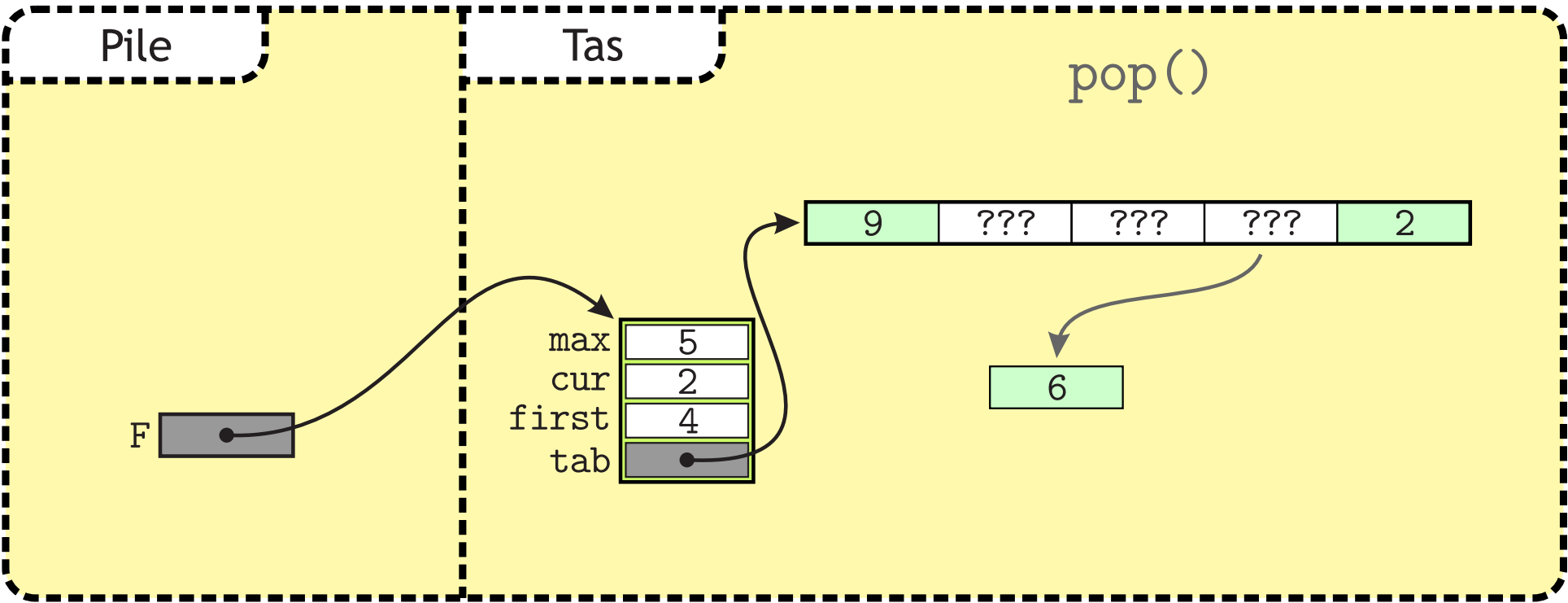


- ✘ Quand on arrive au bout du tableau, la file n'est pas forcément pleine :
 - ✘ les premiers éléments sont "vides",
 - ✘ on peut donc faire un cycle et réinsérer au début.

Fonctionnement d'une file

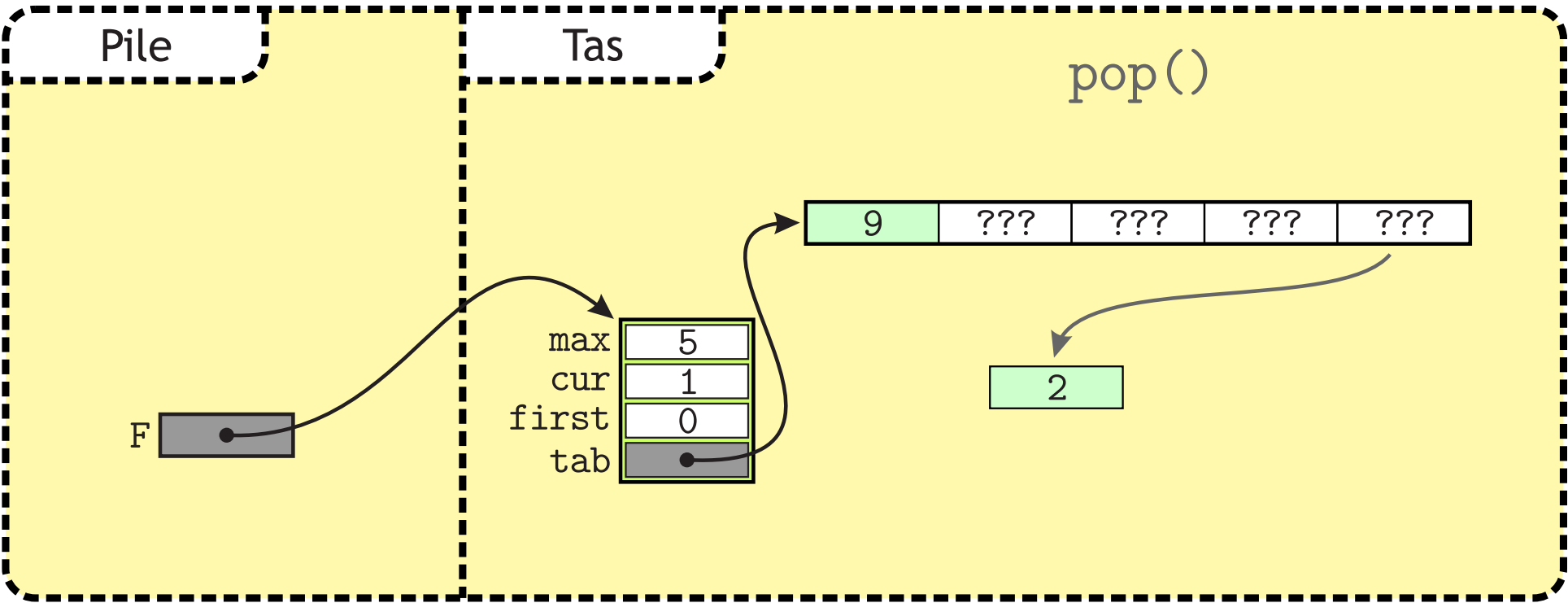
Avec un tableau

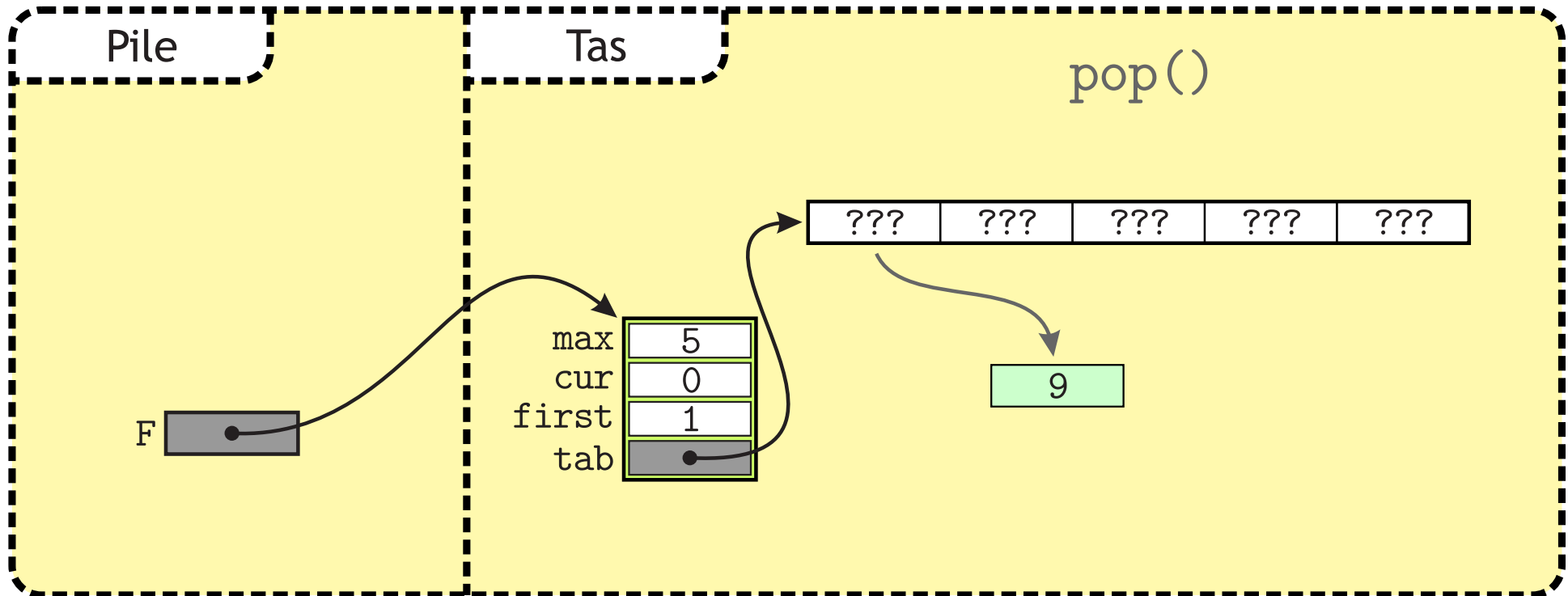




Fonctionnement d'une file

Avec un tableau





- ✘ L'extraction aussi s'effectue de façon cyclique :
 - ✘ il suffit de calculer les indices d'insertion et d'extraction modulo `max`.

Implémentation d'une file en C

Avec un tableau

```
1 int pop(queue* F) {
2     int res;
3     if (F->cur == 0) {
4         printf("File vide !\n");
5         return -1;
6     }
7     res = F->tab[F->first];
8     F->first = (F->first+1) % F->max; // incrémentation "cyclique"
9     F->cur--;
10    return res;
11 }
12 void push(queue* F, int val) {
13     if (F->cur == F->max) {
14         printf("File pleine !\n");
15         return;
16     }
17     F->tab[(F->first+F->cur) % F->max] = val;
18     F->cur++;
19 }
```

Implémentation d'une file en C

Avec un tableau dynamique

```
1 void push(queue* F, int val) {
2     int* new_tab;
3     if (F->cur == F->max) { // realloc ne marche pas ici...
4         new_tab = (int*) malloc(2*F->max*sizeof(int));
5         // on utilise : memcpy(dest, source, taille);
6         // on doit le faire en 2 blocs
7         memcpy(new_tab, &(F->tab[F->first]), (F->max-F->first)*sizeof(int));
8         memcpy(&(new_tab[F->max-F->first]), F->tab, F->first*sizeof(int));
9         free(F->tab); // on libère l'ancien tab
10        F->tab = new_tab;
11        F->first = 0;
12        F->max *= 2;
13    }
14    F->tab[(F->first+F->cur) % F->max] = val;
15    F->cur++;
16 }
```

✘ Ça marche bien, mais c'est un peu compliqué à gérer...

Listes chaînées

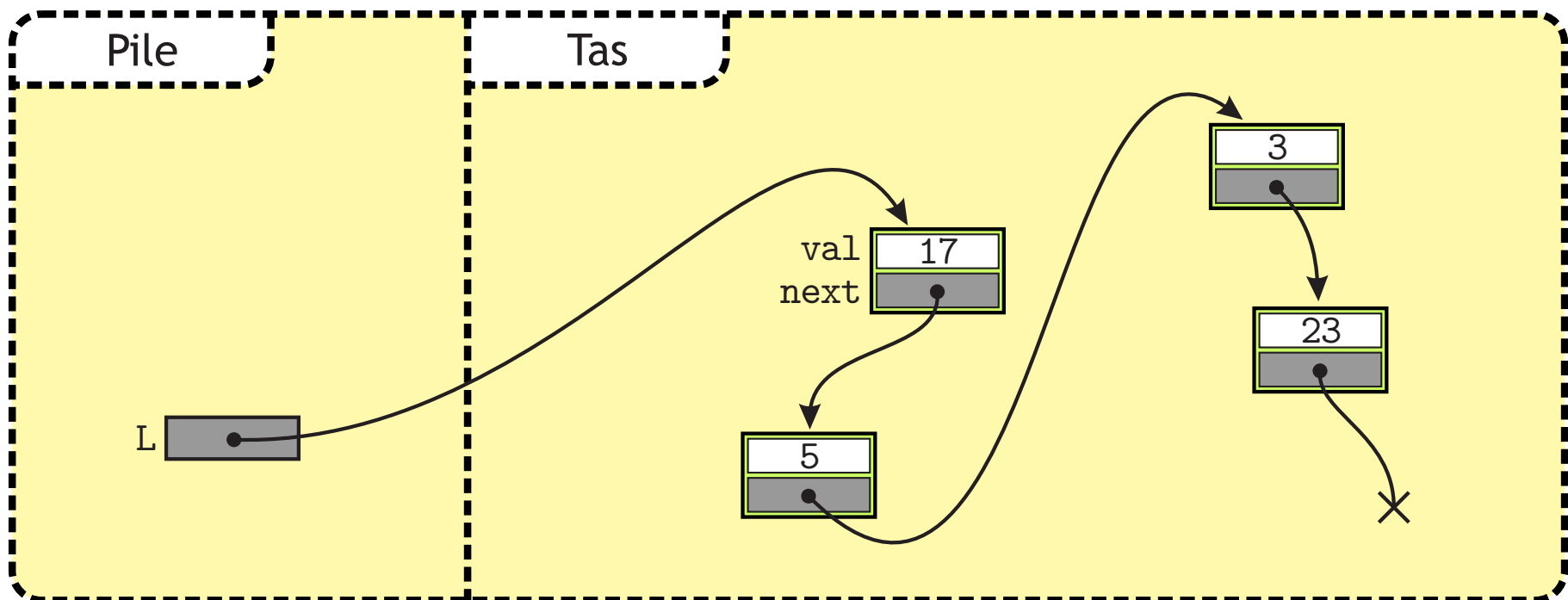
- ✘ Une liste chaînée est une structure similaire à une chaîne :
 - ✘ chaque élément est un maillon de la chaîne
 - ✘ on ne sait pas efficacement accéder au i -ème élément,
 - ✘ on sait passer d'un élément au suivant (ou précédent).
- ✘ En C, chaque élément d'une liste chaînée contient des données et un pointeur vers l'élément suivant :

```
1 typedef struct cell_st {
2     int val;          // le contenu n'est pas forcément un int
3     struct cell_st* next;
4 } cell;
```

- ✘ La liste chaînée à proprement parler est simplement un pointeur vers le premier élément.
 - le dernier élément pointe vers NULL.

Qu'est-ce qu'une liste chaînée ?

- ✘ En mémoire les éléments de la liste sont dispersés :
 - ✘ on ne peut pas savoir directement où est le i -ème,
 - ✘ il faut suivre toute la chaîne pour parcourir la liste.
- ✘ Pour compter les éléments il faut aussi tout parcourir.



Opérations de base sur une liste chaînée

- ✘ La structure de liste chaînée est très flexible et permet de nombreuses opérations en temps constant $\Theta(1)$:
 - ✘ insérer un élément au début,
 - ✘ supprimer le premier élément,
 - ✘ avancer d'un élément au suivant,
 - ✘ insérer un élément après un élément dont on connaît l'adresse,
 - ✘ supprimer l'élément suivant un élément dont on connaît l'adresse,
 - ✘ insérer un élément à la fin
 - si on garde en plus un pointeur sur le dernier élément

- ✘ En plus de ces opérations "standards", on peut faire toutes sortes d'opérations bizarres en ne changeant qu'un ou deux pointeurs :
 - ✘ échanger la fin de deux listes,
 - ✘ coller deux listes bout à bout,
 - ✘ créer deux listes avec une fin commune...

insertion

```
1 typedef struct cell_st {
2     int val;
3     struct cell_st* next;
4 } cell;
5
6 int main() {
7     cell* L = NULL;      // liste vide
8     cell* tmp;
9
10    // insertion de 4 en début de liste
11    tmp = (cell*) malloc(sizeof(cell));
12    tmp->val = 4;
13    tmp->next = L;
14    L = tmp;
15
16    // insertion de 7
17    tmp = (cell*) malloc(sizeof(cell));
18    tmp->val = 7;
19    tmp->next = L;
20    L = tmp;
21 }
```

✘ On peut aussi utiliser une fonction d'insertion

⚠ il faut modifier une variable de la fonction appelante

→ passage par adresse.

```
void insert(cell** L, int v) {
    cell* new = (cell*) malloc(sizeof(cell));
    new->val = v;
    new->next = *L;
    *L = new;
}

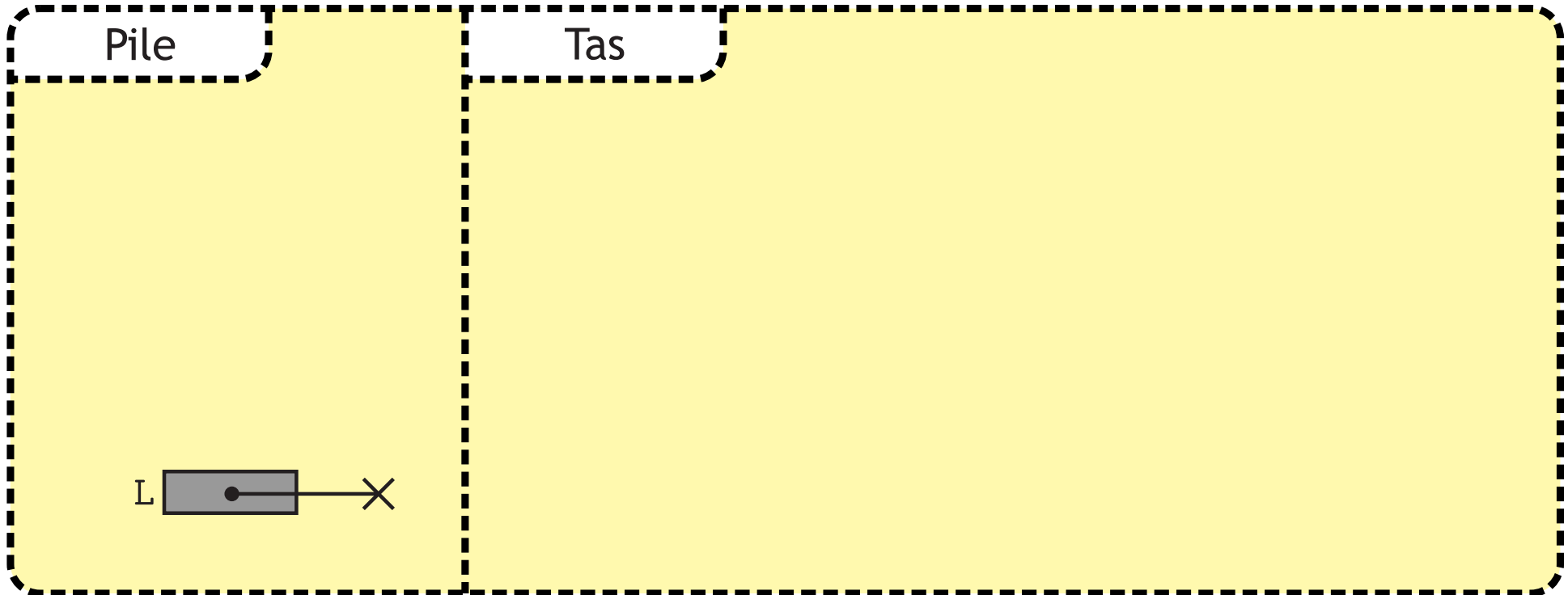
int main() {
    cell* L = NULL;
    insert(&L, 4);
    insert(&L, 7);
}
```

✘ Cette même fonction permet d'insérer n'importe où dans la liste

✘ il suffit de lui passer `&(cur->next)` pour insérer après `cur`.

```
1 void insert(cell** L, int v) {  
2   cell* new = malloc(sizeof(cell));  
3   new->val = v;  
4   new->next = *L;  
5   *L = new;  
6 }
```

```
7 int main() {  
8   ► cell* L = NULL;  
9   insert(&L, 4);  
10  insert(&L, 7);  
11 }
```



```

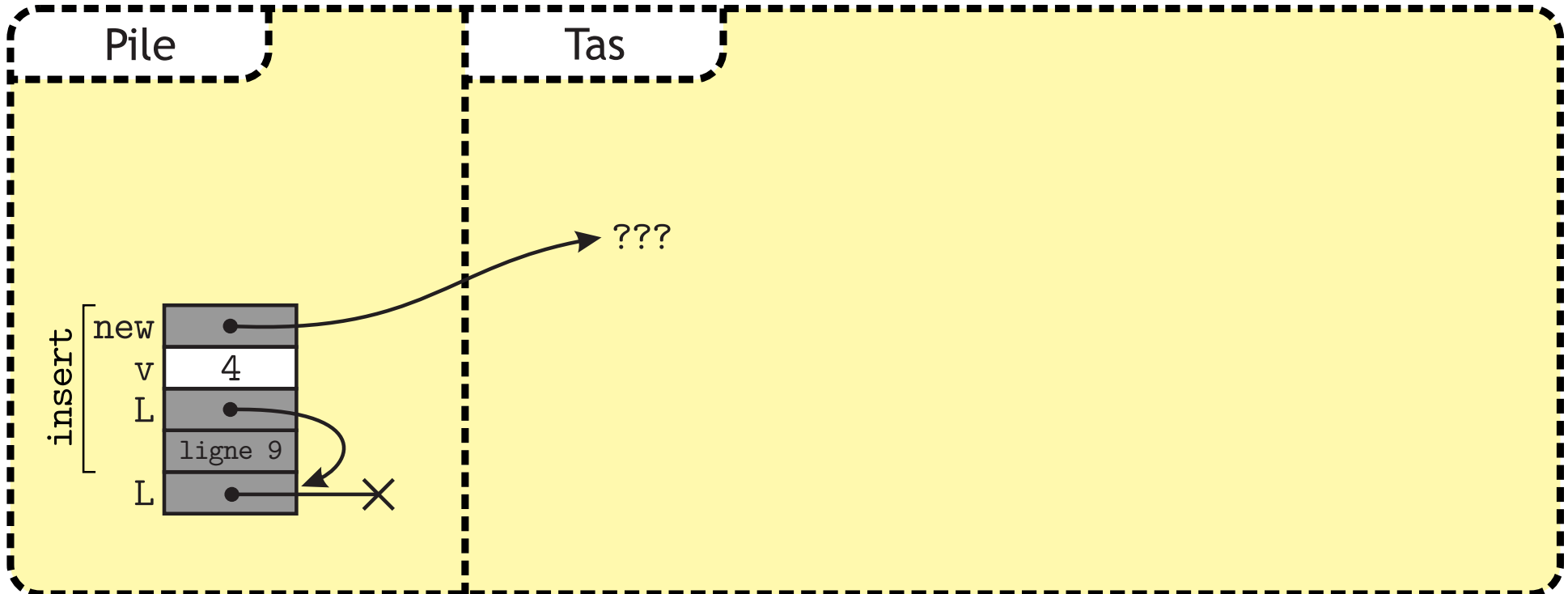
1 void insert(cell** L, int v) {
2   cell* new = malloc(sizeof(cell));
3   new->val = v;
4   new->next = *L;
5   *L = new;
6 }

```

```

7 int main() {
8   cell* L = NULL;
9   ► insert(&L, 4);
10  insert(&L, 7);
11 }

```



```

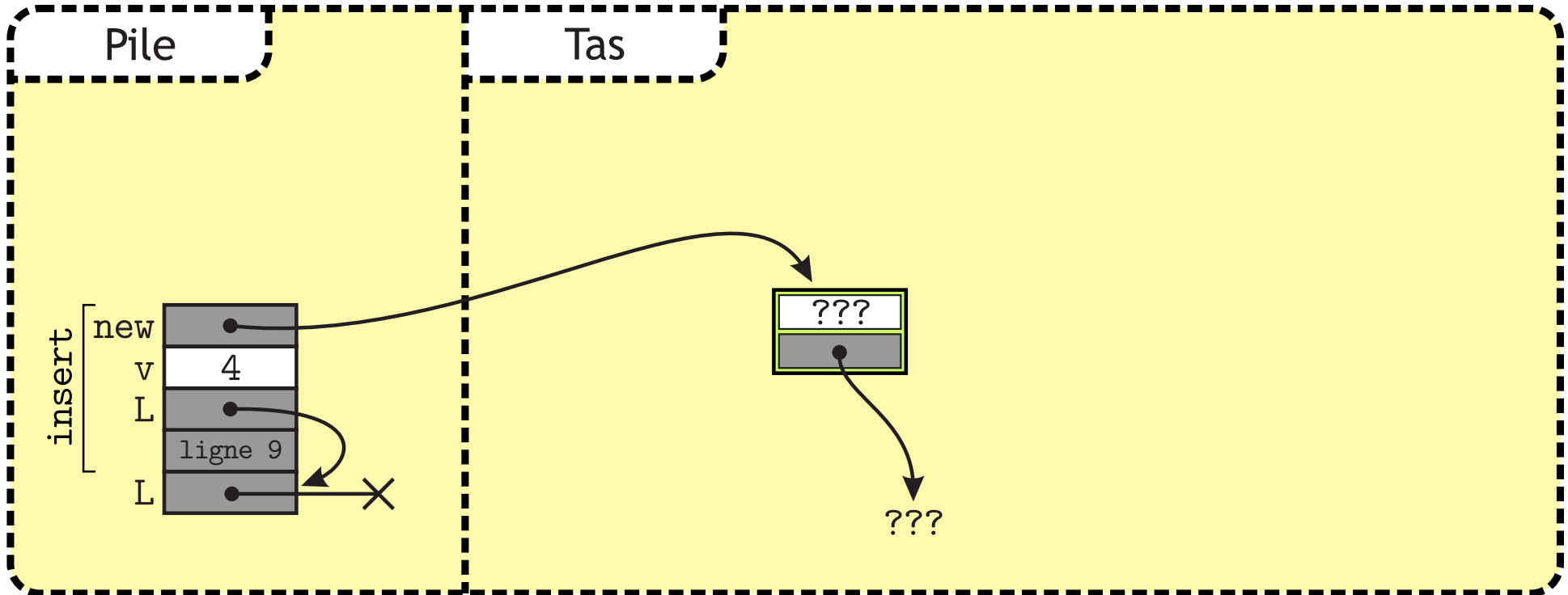
1 void insert(cell** L, int v) {
2   ► cell* new = malloc(sizeof(cell));
3   new->val = v;
4   new->next = *L;
5   *L = new;
6 }

```

```

7 int main() {
8   cell* L = NULL;
9   insert(&L, 4);
10  insert(&L, 7);
11 }

```



```

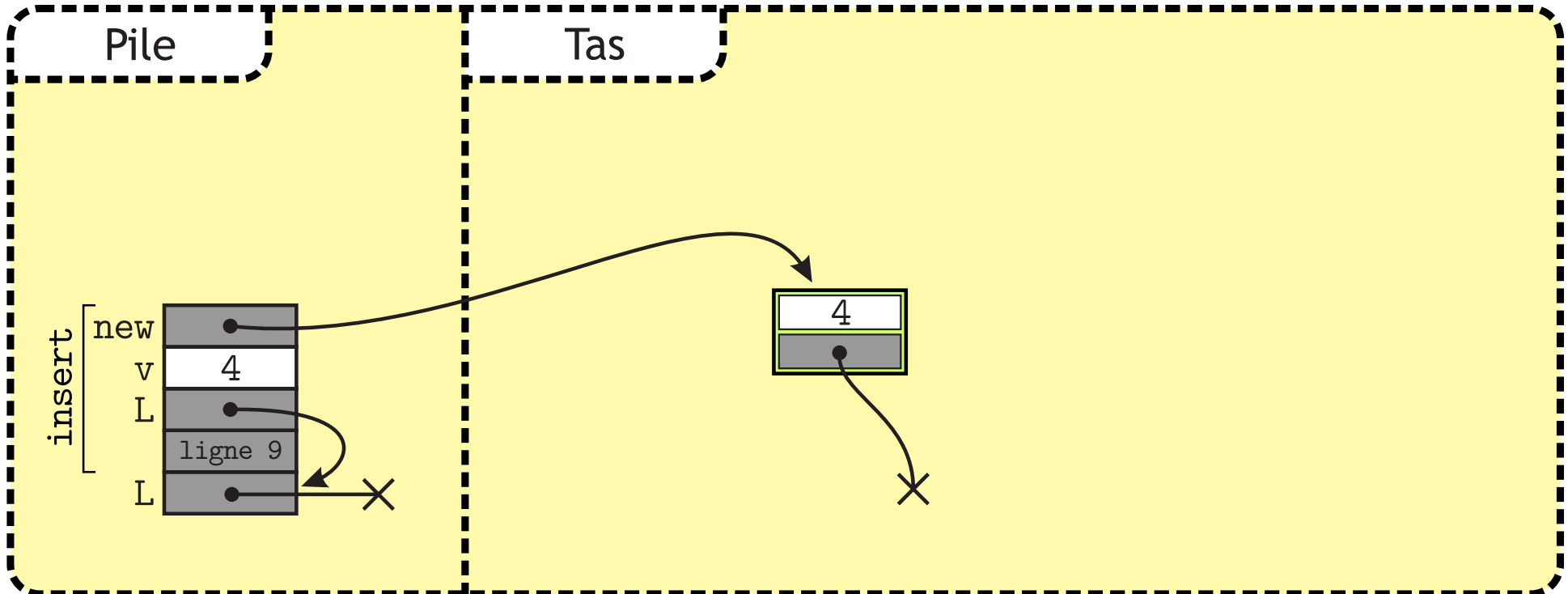
1 void insert(cell** L, int v) {
2   cell* new = malloc(sizeof(cell));
3   ► new->val = v;
4   new->next = *L;
5   *L = new;
6 }

```

```

7 int main() {
8   cell* L = NULL;
9   insert(&L, 4);
10  insert(&L, 7);
11 }

```



```

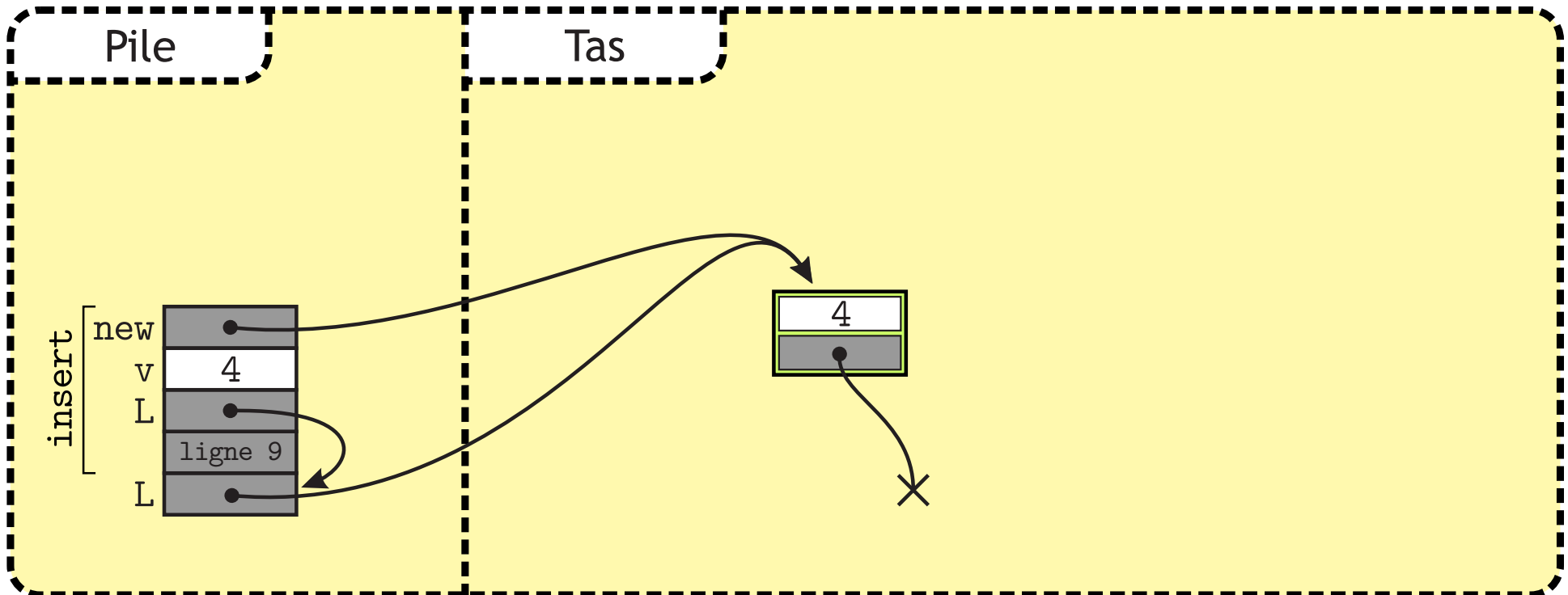
1 void insert(cell** L, int v) {
2   cell* new = malloc(sizeof(cell));
3   new->val = v;
4   new->next = *L;
5   ► *L = new;
6 }

```

```

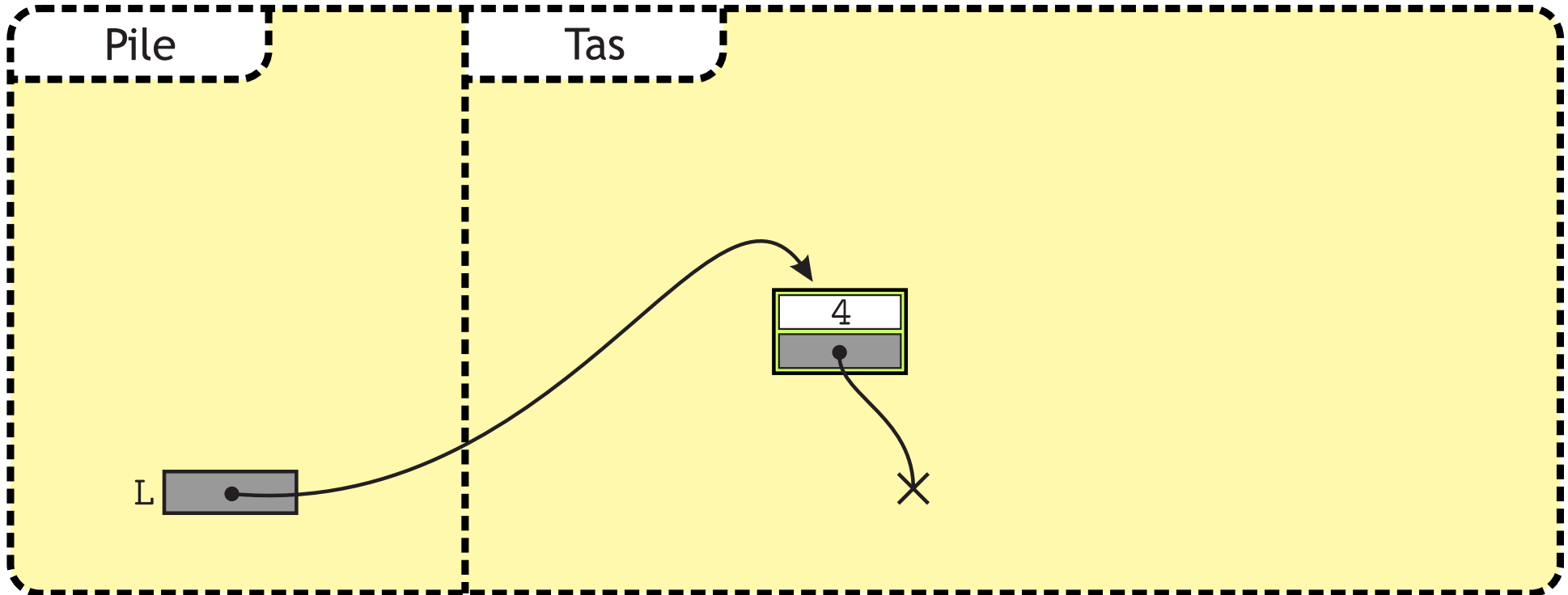
7 int main() {
8   cell* L = NULL;
9   insert(&L, 4);
10  insert(&L, 7);
11 }

```



```
1 void insert(cell** L, int v) {  
2   cell* new = malloc(sizeof(cell));  
3   new->val = v;  
4   new->next = *L;  
5   *L = new;  
6 }
```

```
7 int main() {  
8   cell* L = NULL;  
9   insert(&L, 4);  
10  ► insert(&L, 7);  
11 }
```



```

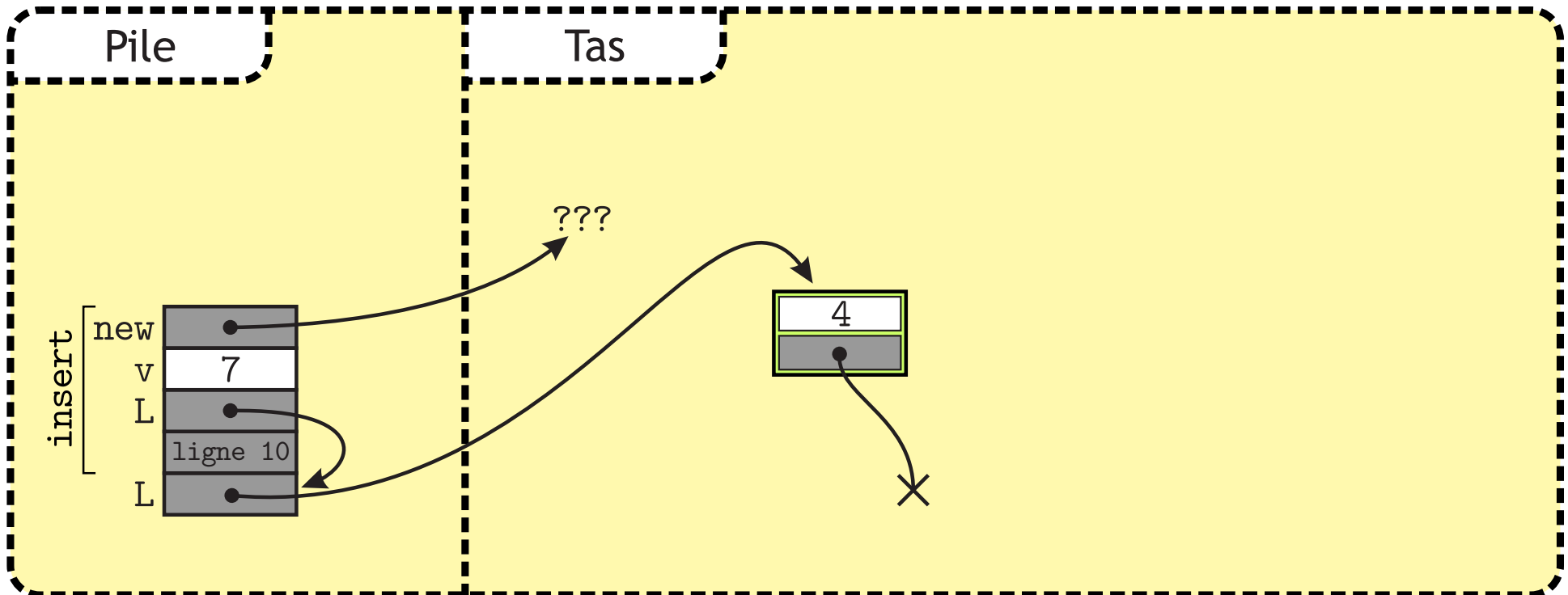
1 void insert(cell** L, int v) {
2   cell* new = malloc(sizeof(cell));
3   new->val = v;
4   new->next = *L;
5   *L = new;
6 }

```

```

7 int main() {
8   cell* L = NULL;
9   insert(&L, 4);
10  ► insert(&L, 7);
11 }

```




```

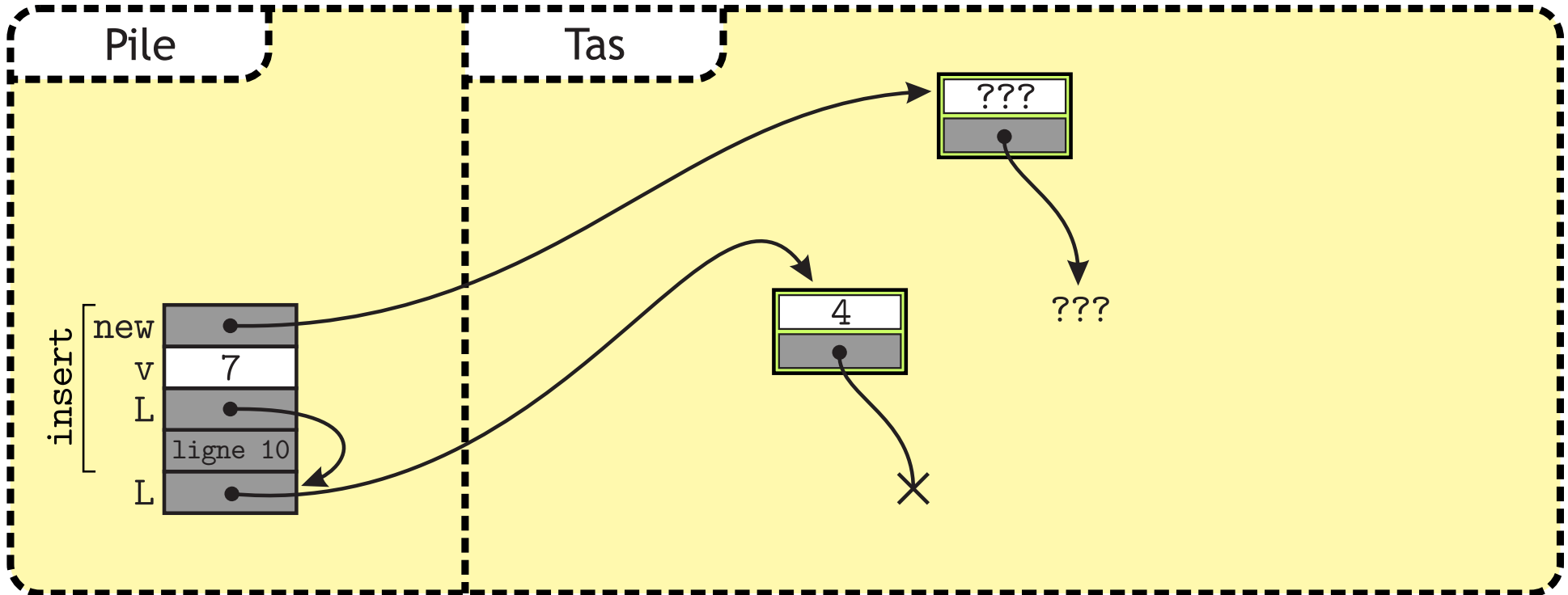
1 void insert(cell** L, int v) {
2   ► cell* new = malloc(sizeof(cell));
3   new->val = v;
4   new->next = *L;
5   *L = new;
6 }

```

```

7 int main() {
8   cell* L = NULL;
9   insert(&L, 4);
10  insert(&L, 7);
11 }

```



```

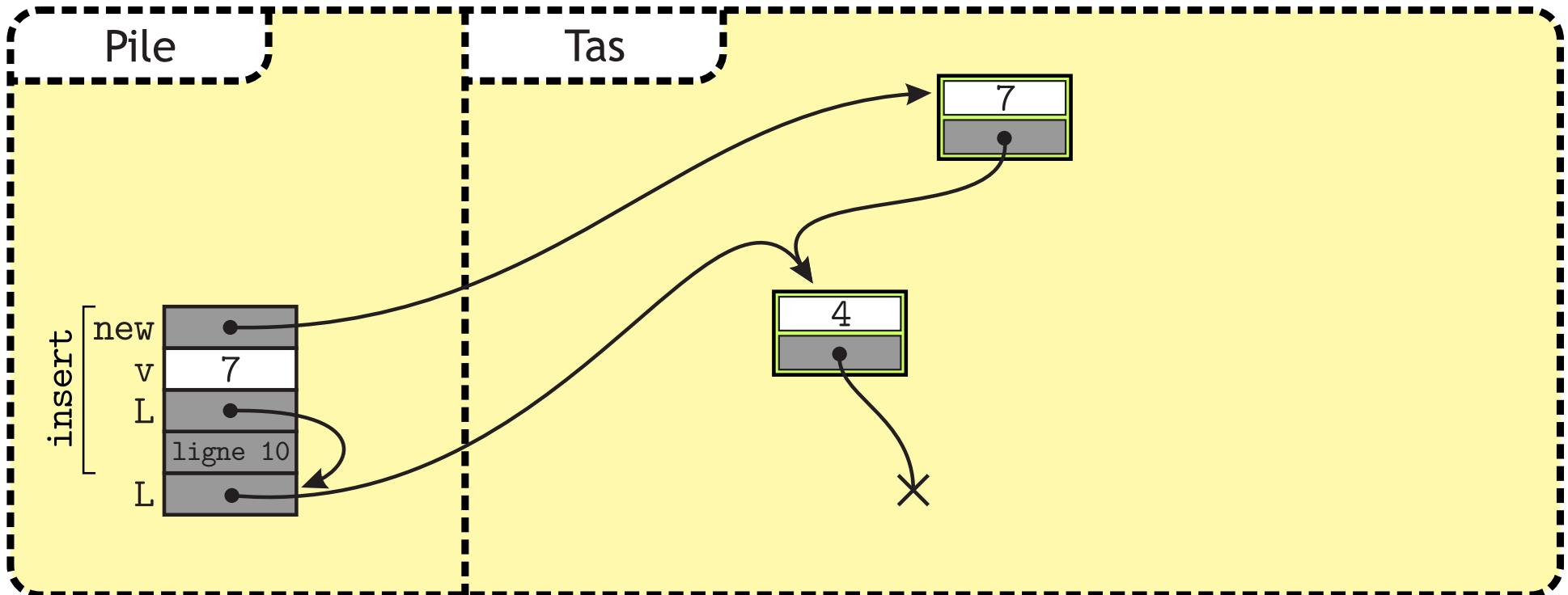
1 void insert(cell** L, int v) {
2   cell* new = malloc(sizeof(cell));
3   ► new->val = v;
4   new->next = *L;
5   *L = new;
6 }

```

```

7 int main() {
8   cell* L = NULL;
9   insert(&L, 4);
10  insert(&L, 7);
11 }

```



```

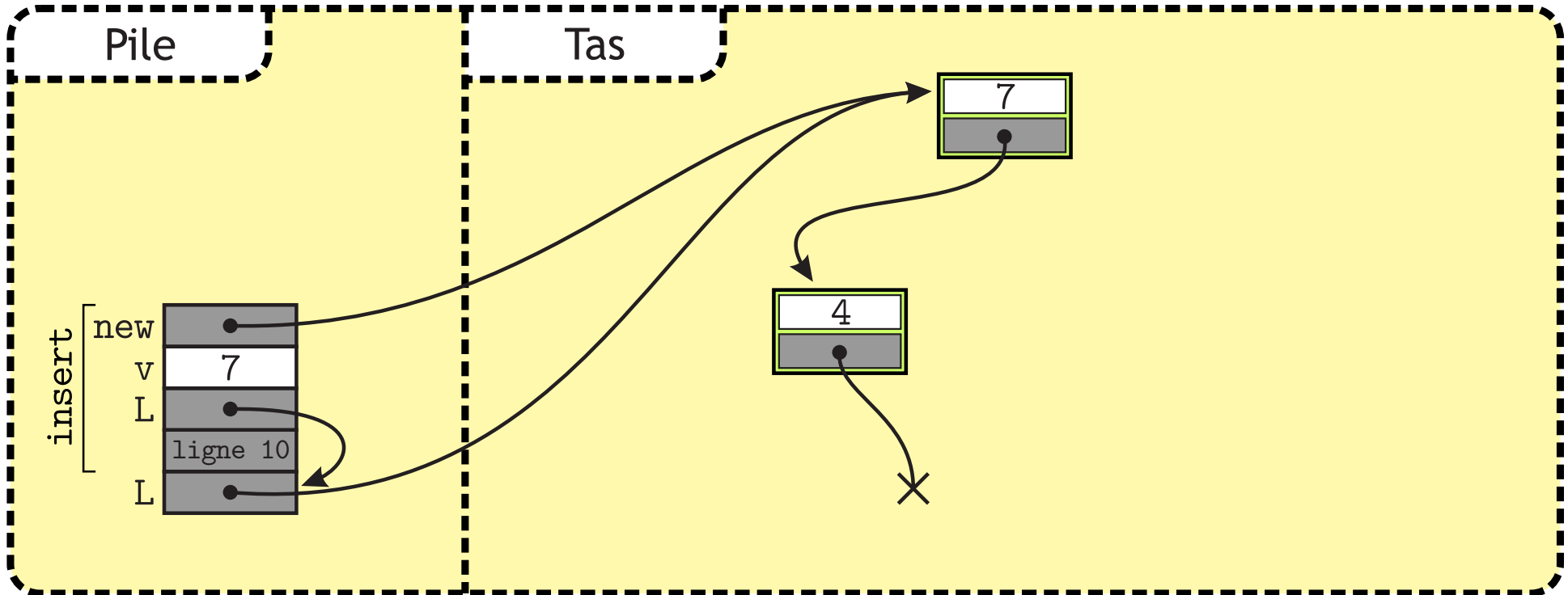
1 void insert(cell** L, int v) {
2   cell* new = malloc(sizeof(cell));
3   new->val = v;
4   new->next = *L;
5   ► *L = new;
6 }

```

```

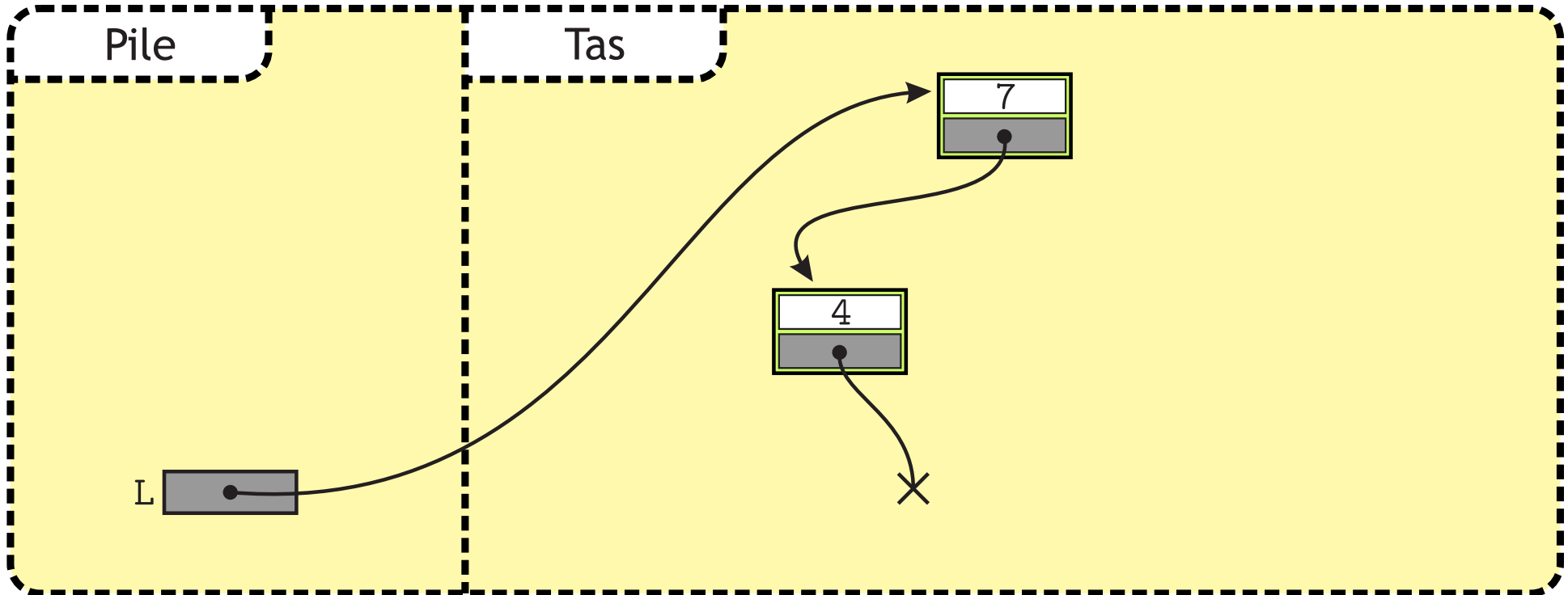
7 int main() {
8   cell* L = NULL;
9   insert(&L, 4);
10  insert(&L, 7);
11 }

```



```
1 void insert(cell** L, int v) {  
2   cell* new = malloc(sizeof(cell));  
3   new->val = v;  
4   new->next = *L;  
5   *L = new;  
6 }
```

```
7 int main() {  
8   cell* L = NULL;  
9   insert(&L, 4);  
10  insert(&L, 7);  
11 }
```



- ✘ La suppression se passe de façon similaire
 - ⚠ il ne faut pas oublier le `free` de la case supprimée
 - sauvegarder un pointeur vers la case à libérer.

suppression

```
1 void delete_one(cell** L) {
2     cell* tmp = *L;
3     if ((*L) == NULL) {
4         printf("Liste vide !\n");
5         return;
6     }
7     *L = (*L)->next;      // la suppression est ici
8     free(tmp);
9 }
10
11 int main() {
12     cell* L = NULL;
13     insert(&L, 4); insert(&L, 7);
14     delete_one(&L);
15 }
```

- ✘ Pour afficher le contenu de la liste chaînée, il faut la parcourir :
 - ✘ soit avec une boucle `while` et un “curseur”,
 - ✘ soit de façon récursive (terminale).

affichage

```
1 void print_iter(cell* L) {
2     cell* cur = L;
3     while (cur != NULL) {
4         printf("%d, ", cur->val);
5         cur = cur->next;
6     }
7     printf("\n");
8 }
9 void print_rec(cell* L) {
10    if (L == NULL) {
11        printf("\n");
12        return;
13    }
14    printf("%d, ", L->val);
15    print_rec(L->next);
16 }
```

- ✘ Pour libérer entièrement le contenu de la liste chaînée :
 - ✘ on peut encore faire de l'itératif (très efficace),
 - ✘ mais la méthode récursive est plus courte à écrire
 - ⚠ il faut bien faire l'appel récursif **avant** le free.

libération

```
1 void free_list(cell** L) {
2   if ((*L) == NULL) {
3     return;
4   }
5   free_list((*L)->next);
6   free(*L);
7   *L = NULL;
8 }
```

- ✘ L'algorithme commence par faire tous les appels récursifs
 - ✘ quand il arrive au bout de la liste il libère en partant de la fin,
 - ✘ cela utilise donc de la mémoire dans la pile.

- ✘ Il existe beaucoup de variantes de listes chaînées :
 - ✘ listes doublement chaînées : pour avancer et reculer, mais plus de pointeurs à mettre à jour,
 - ✘ listes circulaires : le dernier élément pointe sur le premier,
 - ✘ listes à sentinelles : au lieu de pointer vers NULL la liste peut contenir un dernier élément spécial appelé sentinelle.

- ✘ Si pour une application spécifique une liste simple ne suffit pas :
 - ✘ ne pas hésiter à ajouter des données dans chaque cellule,
 - ✘ la liste peut aussi contenir des données (nombre d'éléments...) en plus du pointeur vers le premier élément,
 - ⚠ il faut que les opérations de base restent efficaces (en $\Theta(1)$) !

- ✘ Il est aussi possible d'implémenter efficacement une pile ou une file avec une liste chaînée
 - ✘ il n'y a pas de contraintes de taille comme avec un tableau.
- ✘ La pile est le plus simple :
 - ✘ `push` consiste à insérer un élément en début de liste,
 - ✘ `pop` lit le contenu du premier élément et le supprime,
 - les opérations se font bien en $\Theta(1)$.
- ✘ Pour la file c'est un peu plus compliqué :
 - ✘ il faut insérer les éléments à un bout et les supprimer à l'autre,
 - ✘ on ne sait pas reculer d'un élément, juste passer au suivant.
 - on insère à la fin (nécessite un pointeur supplémentaire) et on retire du début.

`queue.c`

```
1 typedef struct {           // nouvelle structure de file
2     cell* beg;             // pointeur sur la première case
3     cell* end;            // pointeur sur la dernière case
4 } queue;
5
6 void push(queue* F, int v) {
7     cell* new = (cell*) malloc(sizeof(cell));
8     new->val = v;
9     new->next = NULL;
10    if (F->end == NULL) {    // si la file est vide
11        F->beg = new;        // le dernier est aussi le premier élément,
12        F->end = new;
13    } else {                // sinon :
14        F->end->next = new;  // - ajout de l'élément à la fin
15        F->end = new;      // - on met à jour la fin
16    }
17 }
```

`queue.c`

```
1 int pop(queue* F) {
2     int res;
3     cell* tmp;
4     if (F->beg == NULL) {
5         printf("File vide !\n");
6         return -1;
7     } else if (F->beg == F->end) { // s'il n'y a qu'une case
8         F->end = NULL;           // la file sera vide à la fin
9     }
10    res = F->beg->val;           // on sauvegarde la valeur
11    tmp = F->beg;               // on sauvegarde le pointeur
12    F->beg = F->beg->next;      // on avance le début d'une case
13    free(tmp);                 // on libère la case extraite
14    return res;
15 }
```

- ✘ Le code paraît compliqué, mais les opérations sont très simples
 - ✘ les listes sont très efficaces pour implémenter des files.

- ✘ Les structures dynamiques permettent de stocker une quantité variable d'éléments :
 - ✘ permettent de n'utiliser que la quantité de mémoire nécessaire,
 - ✘ pour les algorithmes dont le comportement est dur à prévoir.

- ✘ Il faut bien distinguer (même si les deux sont très liés) :
 - ✘ la description algorithmique de la structure
 - la complexité des opérations possibles,
 - ✘ l'implémentation de la structure
 - comment on se débrouille pour obtenir ces complexités.

- ✘ Les structures dynamiques les plus simples sont :
 - ✘ le tableau dynamique : accès direct au i -ème élément,
 - ✘ la liste chaînée : très flexible et utile partout,
 - ✘ la pile et la file : opérations push et pop.